Capítulo

Indução eletromagnética

Toda vez que o fluxo magnético varia através de um circuito, surge nesse circuito uma fem induzida. Esse fenômeno, denominado indução eletromagnética, explica o funcionamento de aparelhos e dispositivos de uso comum em nosso cotidiano. Entre eles estão os detectores de metais e as máquinas leitoras de cartões magnéticos.

> 15.1 Corrente induzida. Fem induzida

Quando há movimento relativo entre uma espira e um campo magnético no qual ela está imersa, surge na espira uma corrente elétrica induzida.

> 15.2 Fluxo magnético

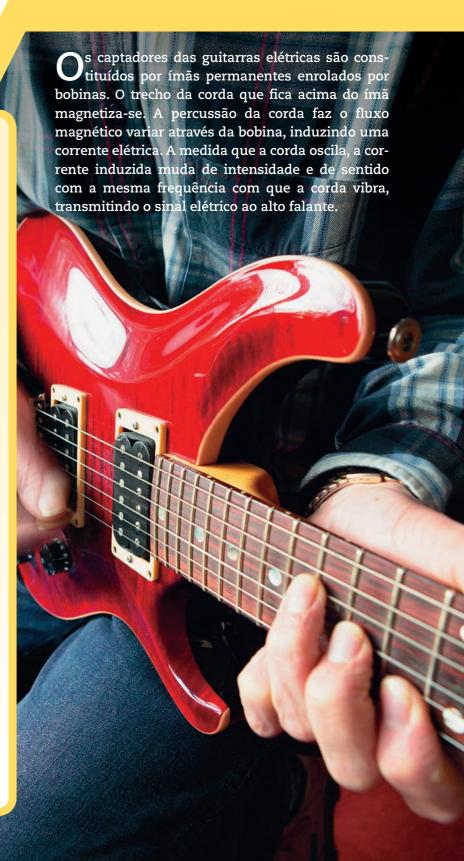
O fluxo magnético através de uma espira, imersa em um campo magnético, pode ser interpretado como uma grandeza que mede o número de linhas de indução que atravessam a superfície da espira.

15.3 Indução eletromagnética. Lei de Lenz

Toda vez que o fluxo magnético varia, através de um circuito, surge nesse circuito uma fem induzida.

15.4 Lei de Faraday-Neumann

A fem induzida média em um circuito é a relação entre a variação do fluxo magnético e o intervalo de tempo em que ocorre, com sinal trocado.



) Objetivos

Compreender como ocorre a geração da corrente induzida em um condutor em movimento em relação a um campo magnético.

▶ Relacionar a força eletromotriz induzida à intensidade do vetor indução magnética, ao comprimento do condutor e à sua velocidade.

> Termos e conceitos

 fem induzida no condutor móvel

Corrente induzida. Fem induzida

Considere um condutor reto, de comprimento L, movendo-se com velocidade \vec{v} , em um campo \vec{B} uniforme, originado, por exemplo, por um ímã (fig. 1). Como os elétrons acompanham o movimento do condutor, eles ficam sujeitos à força magnética $\vec{F}_{\rm m}$, cujo sentido é determinado pela regra da mão direita nº 2. Elétrons livres deslocam-se para a extremidade inferior do condutor da figura, ficando a outra extremidade eletrizada com cargas positivas. As cargas dos extremos originam o campo elétrico \vec{E} e os elétrons ficam sujeitos, também, a uma força elétrica $\vec{F}_{\rm e}$, de sentido contrário ao da magnética.

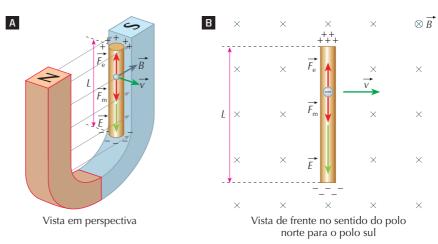
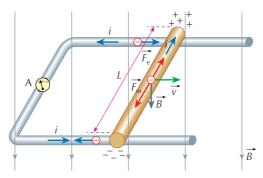


Figura 1. Condutor movendo-se perpendicularmente ao campo magnético.

A separação de cargas no condutor ocorrerá até que essas forças se equilibrem. Como no interior do condutor o campo elétrico não é nulo, tem-se uma ddp entre seus terminais.

Façamos esse condutor deslizar sobre outro, fixo, dobrado em forma de **U**, onde se adapta um amperímetro A de zero central, para indicar o sentido da corrente (**fig. 2**). Desse modo tem-se um circuito fechado, e a ddp entre os terminais do condutor móvel determinará a passagem de uma corrente denominada **corrente induzida**. Esse fenômeno é semelhante àquele que ocorre no interior de um gerador elétrico.



➡ Figura 2. Quando o condutor desliza sobre outro, de modo a formar um circuito fechado, o amperímetro A indica a passagem de corrente induzida. Indicamos o sentido do movimento dos elétrons livres e o sentido da corrente elétrica convencional (i).

A ddp estabelecida corresponde a uma força eletromotriz que, nesse caso, é chamada **fem induzida** (e), relacionada com a intensidade do vetor indução magnética \vec{B} , como mostraremos a seguir.



Da Eletrostática (capítulo 3), U=Ed e, portanto, o vetor campo elétrico \vec{E} no interior do condutor móvel terá intensidade $E=\frac{U}{d}$, em que U=e (fem induzida) e d=L.

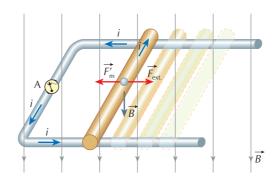
Portanto, $E = \frac{e}{L}$. Sendo $F_{\rm m} = F_{\rm e}$ e como $F_{\rm m} = B \cdot |q| \cdot v$ e $F_{\rm e} = |q| \cdot E$, vem:

$$B \cdot |q| \cdot v = |q| \cdot E \Rightarrow B \cdot v = E \Rightarrow B \cdot v = \frac{e}{L} \Rightarrow e = B \cdot L \cdot v$$

A fem induzida e é medida em volt (V) no Sistema Internacional de Unidades.

Para manter a corrente induzida, devemos manter a velocidade \vec{v} . A passagem da corrente i pelo condutor móvel no campo magnético \vec{B} determina neste a força magnética $\vec{F}'_{\rm m}$ (fig. 3). Para manter a velocidade constante (aceleração nula, força resultante nula), devemos aplicar, no condutor, uma força externa $\vec{F}_{\rm ext.}$ que equilibrará a força magnética $\vec{F}'_{\rm m}$. Portanto:

A energia elétrica é gerada pelo trabalho realizado por um agente externo.



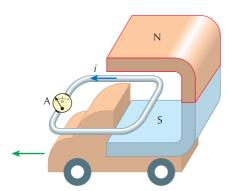
 $ilde{\bf \cap}$ Figura 3. A corrente induzida só é mantida se aplicarmos, no condutor, a força externa $\vec{F}_{\rm ext.}$ que equilibrará $\vec{F}_{\rm m}'$

Observe que, se invertermos o sentido da velocidade \vec{v} do condutor, inverteremos o sentido da corrente induzida.

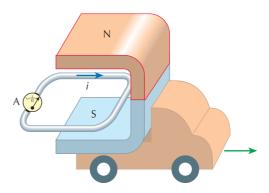


Movimento relativo

Vamos considerar, agora, a situação em que uma espira retangular é mantida fixa e imersa entre os polos de um ímã. Um amperímetro A é intercalado na espira. Deslocando-se o ímã, verificamos que também nesse caso o amperímetro indica a passagem de corrente elétrica, que cessa quando o ímã para (fig. 4). Invertendo-se o sentido do deslocamento do ímã, invertemos o sentido de corrente induzida (fig. 5).



➡ Figura 4. Quando o ímã se desloca, o amperímetro indica corrente elétrica em um sentido...



➡ Figura 5. ... e, em sentido contrário, quando se inverte o sentido de deslocamento do ímã.

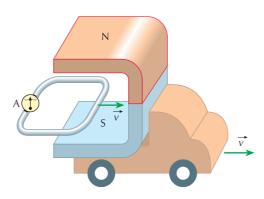


Tudo ocorre como se no circuito, constituído pela espira e pelo amperímetro, existisse um gerador de fem e.

Essas experiências destacam que, para se obter **corrente induzida** num condutor, é importante o **movimento relativo** entre o circuito e o campo magnético.

Pode-se provar essa afirmação, observando-se que o amperímetro não indicará corrente elétrica se o circuito e o ímã se deslocarem com a mesma velocidade \vec{v} (fig. 6).

Note que as experiências analisadas permitem obter correntes elétricas que mudam de sentido, assim que se inverte o deslocamento do circuito ou do ímã.



◀ Figura 6. Quando não há movimento relativo entre o circuito e o ímã, não se obtém corrente induzida.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 141 Um avião inteiramente metálico, com L=25 m de largura, voa horizontalmente com velocidade v=540 km/h em uma região onde a componente vertical do vetor indução magnética terrestre vale $B_v=4\cdot 10^{-5}$ T. Calcule a ddp existente entre as extremidades das asas.



Solução:

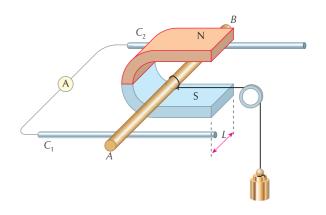
Tem-se $B_v = 4 \cdot 10^{-5}$ T, L = 25 m e v = 540 km/h = 150 m/s. Como a fem induzida entre os extremos de um condutor móvel, em um campo magnético, vale $e = B_v \cdot L \cdot v$, tem-se:

$$e = 4 \cdot 10^{-5} \cdot 25 \cdot 150 \implies e = 0,15 \text{ V}$$

Resposta: 0,15 V

R.142 Um condutor de cobre AB, cuja resistividade vale $ho_{\text{Cu}}=1,6~\mu\Omega\cdot\text{cm}$, reto, horizontal, com seção transversal de área $A=0,5~\text{cm}^2$, pode mover-se, sem atrito, apoiado sobre dois condutores C_1 e C_2 , também horizontais e paralelos. Esses condutores têm resistência elétrica desprezível e estão ligados por um amperímetro ideal A. O condutor AB está imerso entre as faces de um ímã em forma de ferradura, de largura L=20~cm e cujo campo de indução magnética tem intensidade $B=10^{-5}~\text{T}$. Enquanto está entre as faces do ímã, o condutor AB tem velocidade v=32~m/s. Considere o trecho do condutor AB, entre C_1 e C_2 , de comprimento igual a L. Determine:

- a) a intensidade da corrente elétrica indicada pelo amperímetro e seu sentido convencional;
- b) o peso P do corpo ligado por um fio ideal ao condutor AB que mantém a velocidade v constante.





Solução:

a) A fem induzida entre os extremos do condutor, durante seu movimento entre as faces do ímã, vale e = BLv. Sendo $B = 10^{-5}$ T, L = 20 cm = 0.2 m e v = 32 m/s, resulta:

$$e = BLv = 10^{-5} \cdot 0.2 \cdot 32 \implies e = 6.4 \cdot 10^{-5} V$$

A resistência elétrica do condutor pode ser obtida

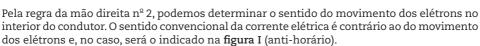
pela fórmula:
$$R_{Cu} = \rho_{Cu} \cdot \frac{L}{A}$$

Sendo ρ_{Cu} = 1,6 $\mu\Omega$ \cdot cm, L = 20 cm e A = 0,5 cm², temos:

$$R_{\text{Cu}} = \frac{1.6 \cdot 20}{0.5} \ \Rightarrow \ R_{\text{Cu}} = 64 \ \mu\Omega \ \Rightarrow \ R_{\text{Cu}} = 6.4 \cdot 10^{-5} \ \Omega$$

Pela lei de Ohm, vem:

$$i = \frac{e}{R} \implies i = \frac{6.4 \cdot 10^{-5}}{6.4 \cdot 10^{-5}} \implies (i = 1 \text{ A})$$



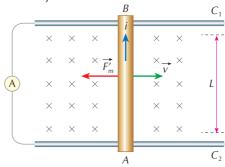
b) Enquanto o condutor se desloca percorrido pela corrente i, o campo magnético exerce a força \vec{F}_{m}' de sentido determinado pela regra da mão direita nº 2 (fig. II). Sua intensidade é:

$$F'_{m} = BiL = 10^{-5} \cdot 1 \cdot 0.2 \implies F'_{m} = 2 \cdot 10^{-6} N$$

Para manter a velocidade v constante, o peso P do corpo, ligado por um fio ideal ao condutor, deverá ser:

$$P = F'_{\rm m} \Rightarrow P = 2 \cdot 10^{-6} \, \text{N}$$

Resposta: a) 1 A, sentido anti-horário; b) 2 · 10⁻⁶ N



A

A Figura II.

A Figura I.

R. 143 Duas barras metálicas fixas, separadas pela distância L, determinam um plano, o qual forma ângulo θ com a horizontal. Na região existe um campo de indução magnética uniforme, normal ao plano e sentido conforme indica a figura. Outra barra metálica, de massa m, pode deslocar-se sobre as fixas, sem atrito. A resistência elétrica das barras é desprezível, sendo as fixas ligadas entre si por um condutor de resistência R. A aceleração da gravidade no local vale q. Abandonando-se a barra móvel, determine a velocidade limite que ela atinge.

Solução:

Na figura, representamos a componente do peso da barra na direção do plano inclinado (P \cdot sen θ) e a força magnética (F_m) que o campo exerce sobre a barra em virtude da passagem da corrente induzida. Note que essa força tem sentido oposto ao do deslocamento. A componente do peso da barra na direção normal ao plano inclinado ($P \cdot \cos \theta$) é anulada pela reação normal (F_N) .

Atingida a velocidade limite, tem-se:

$$F_{\rm m} = P \cdot \operatorname{sen} \theta \Rightarrow \operatorname{BiL} = mg \cdot \operatorname{sen} \theta$$
 ①

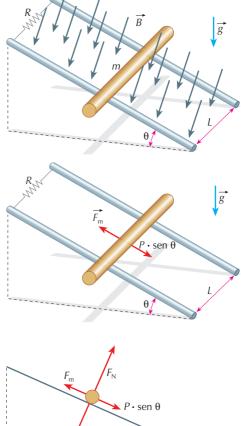
Sendo e a fem induzida, vem:

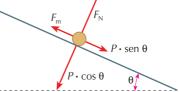
$$i = \frac{e}{R} \implies i = \frac{BLv}{R}$$
 ②

Substituindo 2 em 1 resulta:

$$B \cdot \frac{BL\upsilon}{R} \cdot L = mg \cdot \text{sen } \theta \ \Rightarrow \boxed{\upsilon = \frac{mg \cdot \text{sen } \theta \cdot R}{B^2 \cdot L^2}}$$

Resposta:
$$v = \frac{mg \cdot sen \theta \cdot R}{B^2 \cdot L^2}$$

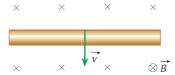




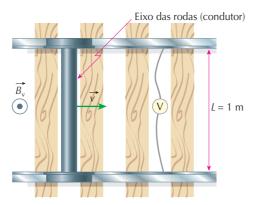


EXERCÍCIOS PROPOSTOS

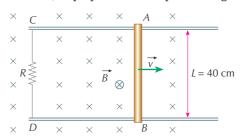
P. 368 O campo magnético uniforme de indução B, em uma região, tem intensidade 0,5 T. Calcule a fem induzida em um condutor retilíneo de 10 cm de comprimento, que se desloca com velocidade de 1 m/s.



P.369 Os dois trilhos de uma linha férrea estão isolados entre si e do solo por meio de dormentes de madeira. A distância entre eles é de 1 m e a componente vertical B_{ν} , devida ao campo magnético terrestre, vale $15 \cdot 10^{-6}$ T. Um voltímetro V, sensível, é ligado entre os dois trilhos, conforme a figura. Determine sua indicação quando um trem passar com velocidade $\nu=72$ km/h.



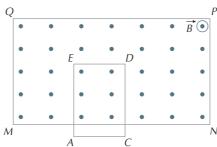
P. 370 Uma barra condutora AB, de resistência desprezível, está em contato com as guias metálicas CA e DB, também de resistências nulas. A resistência R vale 0,6 Ω e o circuito encontra-se em um campo magnético uniforme B = 1,5 T perpendicular ao plano da figura.



Quando a barra se desloca para a direita, com velocidade v = 2 m/s constante, calcule:

- a) a fem induzida;
- b) a intensidade de corrente elétrica que se estabelece no circuito e o seu sentido.

P. 371 A espira retangular ACDE (AC = 10 cm e CD = 20 cm) é abandonada na posição indicada na figura, perpendicularmente a um campo magnético uniforme de indução \vec{B} , horizontal e limitado pelo contorno MNPQ. Sabe-se que o peso da espira é P=0,2 N e que sua resistência elétrica é $R=5\cdot 10^{-3}$ Ω . A intensidade da indução magnética é B=2 T. Ao atravessar o campo magnético, a espira atinge uma velocidade limite. Determine a velocidade limite que a espira atinge com base nos dados do problema.





) Objetivos

Perceber que temos fem induzida numa espira apenas quando varia o número de linhas de indução que atravessam sua superfície.

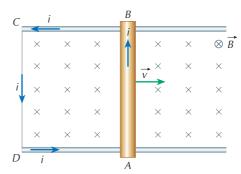
▶ Compreender a definição de fluxo magnético e conhecer sua unidade no SI

> Termos e conceitos

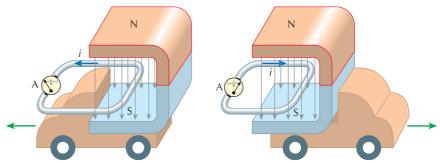
linhas de indução
 vetor normal

Fluxo magnético

Analisando as experiências anteriores, Faraday* verificou que **somente** temos fem induzida numa espira, imersa num campo magnético, se ocorrer variação do número de linhas de indução que atravessam a superfície da espira (fig. 7 e fig. 8).



▲ Figura 7. Deslocando-se o condutor AB, varia o número de linhas de indução que atravessam a espira ABCD.

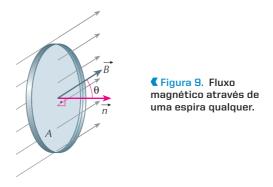


▲ Figura 8. Deslocando-se o ímã, varia o número de linhas de indução que atravessam a espira suposta fixa.

A grandeza escalar que mede o número de linhas de indução que atravessam a área A de uma espira imersa num campo magnético de indução \vec{B} (fig. 9) é chamada **fluxo magnético****, sendo definida por:

$$\Phi = \mathit{BA} \cdot \cos \theta$$

em que θ é o ângulo entre o vetor \vec{B} e a normal \vec{n} à área da espira.

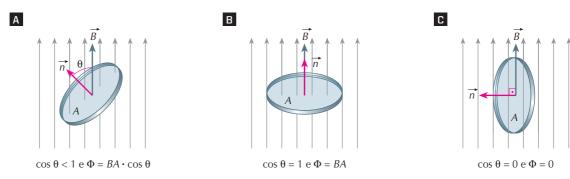


- * FARADAY, Michael (1791-1867), físico e químico inglês. Descobriu o benzeno, estabeleceu as leis da eletrólise e, em 1831, descobriu a indução eletromagnética.
- ** O fluxo magnético de um campo uniforme, através de uma superfície plana, será o único caso discutido neste livro.



Na figura 10, observamos que, se estiver inclinada em relação ao vetor \vec{B} (fig. 10A), a espira será atravessada por um número de linhas de indução menor do que aquele que a atravessa quando ela é perpendicular a \vec{B} (fig. 10B), sendo o fluxo consequentemente menor. Quando a espira for paralela ao campo, não será atravessada por linhas de indução e o fluxo será nulo (fig. 10C).

Denomina-se **fluxo magnético através de um circuito** o fluxo que atravessa uma superfície cujo contorno é o próprio circuito.



▲ Figura 10. Valores particulares do fluxo magnético através de uma espira plana em um campo magnético uniforme.

No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de fluxo magnético denomina-se **weber** (símbolo Wb), em homenagem ao físico alemão Wilhelm Weber*.

Seção 15.3

) Objetivos

- ► Compreender o fenômeno da indução eletromagnética.
- Verificar as diversas maneiras de se variar o fluxo magnético.
- Enunciar a lei de Lenz.

> Termos e conceitos

circuito induzidocircuito indutor

Indução eletromagnética. Lei de Lenz

Após estudar todos os casos de aparecimento de fem induzida, Faraday concluiu:

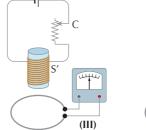
Toda vez que o fluxo magnético, através de um circuito, varia, surge, nesse circuito, uma fem induzida.

Esse fenômeno é chamado **indução eletromagnética**, e o circuito onde ele ocorre é chamado **circuito induzido**.

Para exemplificar a variação do fluxo magnético $\Phi=BA\cdot\cos\theta$, consideramos, como circuito induzido, uma espira ligada a um amperímetro que indica o sentido da corrente (**fig. 11**). No caso I, um ímã ou um solenoide S, percorrido por corrente elétrica, se aproxima ou se afasta (variação de B) da espira e, no caso II, a espira gira em torno de um eixo (variação de θ). No caso III, o solenoide S' está fixo. Deslocando o cursor C do reostato ligado ao circuito que o alimenta, variamos a corrente elétrica e, em consequência, o campo magnético no interior do solenoide. Poderíamos, também, como no caso IV, manter o ímã ou o solenoide S" fixo e aumentar ou diminuir a área do circuito induzido.



^{*} WEBER, Wilhelm (1804-1891), físico alemão, tem trabalhos sobre o Magnetismo Terrestre e o Eletromagnetismo. Foi colaborador do físico e matemático alemão Carl Friedrich Gauss (1777-1885), com o qual construiu um telégrafo baseado em efeitos magnéticos.



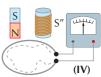


Figura 11. Indução eletromagnética: variação de B (casos I e III), variação de θ (caso II) e variação da área A (caso IV).

Em todos os casos, observamos, no amperímetro, uma corrente induzida que cessa quando cessa a variação do fluxo magnético.

É muito grande a importância da indução eletromagnética: a maior parte da energia elétrica é produzida atualmente por meio de processos baseados nesse fenômeno.

Entre na rede Nos endereços eletrônicos http://www.micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/faraday/index.html e http://www.micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/faraday2/index.html (acessos em julho/2009), você pode simular a obtenção de corrente induzida.

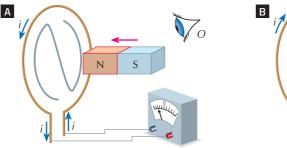


Sentido da corrente induzida. Lei de Lenz

Para determinarmos o sentido da corrente induzida, utilizamos a lei de Lenz*, que enunciamos a seguir.

O sentido da corrente induzida é tal que, por seus efeitos, opõe-se à causa que lhe deu origem.

Assim, na figura 12A, consideramos como circuito induzido uma espira ligada a um amperímetro de zero central. Enquanto o polo norte do ímã se aproxima da espira, a corrente induzida tem um sentido tal que origina, na face da espira voltada para o ímã, um polo norte. Esse polo opõe-se à aproximação do ímã e, portanto, à variação do fluxo magnético, que é a causa da fem induzida. Ao se afastar o ímã, a corrente induzida origina, na face da espira voltada para o ímã, um polo sul, que se opõe ao afastamento do ímã (fig. 12B). Na figura 12A, em relação ao observador O, a corrente induzida tem sentido anti-horário e, na figura 12B, horário.



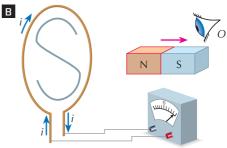


Figura 12. Sentido da corrente induzida.

A energia elétrica gerada no circuito induzido é obtida graças a um consumo de energia no trabalho realizado ao aproximarmos ou afastarmos o ímã.

Há, ainda, uma outra maneira de apresentar a lei de Lenz:

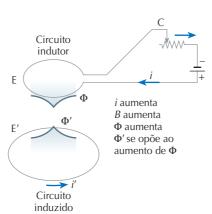
O sentido da corrente induzida é tal que ela origina um fluxo magnético induzido que se opõe à variação do fluxo magnético denominado indutor.

^{*} LENZ, Heinrich (1804-1865), físico russo, conhecido por seus trabalhos de Física Experimental, sobretudo pela lei que permite determinar o sentido da corrente induzida.



Na figura 13, o circuito, chamado **indutor**, é formado pela espira E, onde passa a corrente, que é mantida pelo gerador em série com o reostato. Este é munido de um cursor C, sendo que o circuito induzido é formado pela espira E'. Deslocando-se o cursor no sentido indicado, a corrente i é aumentada, o que determina, por sua vez, aumento na intensidade do vetor \vec{B} , devido à espira E. Consequentemente, há, também, aumento do fluxo magnético Φ , originado por \vec{B} , denominado indutor, através da espira E'. A corrente induzida i' tem um sentido que origina, em E', o fluxo magnético induzido Φ' , que se opõe ao aumento de Φ .

Entretanto, se o cursor C é deslocado para a esquerda, Φ diminui e a corrente induzida em E' muda de sentido para que Φ' se oponha à diminuição de Φ .



√ Figura 13. Outra maneira de determinar o sentido da corrente induzida.

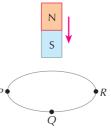
Entre na rede No endereço eletrônico http://www.micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/lenzlaw/index.html (acesso em julho/2009), você pode analisar o sentido da corrente induzida (lei de Lenz).



Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br Atividade experimental: *O fenômeno da indução eletromagnética* Animação: *Indução eletromagnética – Indução*

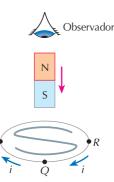
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 144 Aproxima-se um ímã de uma espira circular PQR, perpendicularmente ao plano da espira, como mostra a figura. Determine o sentido da corrente induzida na espira, enquanto o ímã se aproxima.



Solução:

Enquanto o polo sul do ímã se aproxima da espira, de acordo com a lei de Lenz ela será percorrida por uma corrente, de modo a se opor à aproximação do ímã. Portanto, a corrente deve circular de tal forma que a face voltada para o polo sul do ímã seja um polo sul. Assim, para o observador da figura, a corrente deve passar no sentido horário, isto é, de $R \rightarrow Q \rightarrow P$ (regra do relógio).

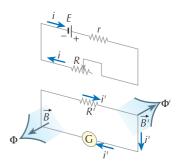




Solução:

A passagem da corrente elétrica i no circuito superior (indutor), em sentido mostrado na perspectiva da figura, determina o campo \vec{B} , perpendicular ao plano do circuito induzido. Assim, no circuito induzido, tem-se o fluxo magnético indutor Φ . Quando a resistência elétrica R diminui, i, B e Φ aumentam. Pela lei de Lenz, surge, no circuito induzido, o fluxo induzido Φ' opondo-se ao aumento de Φ . Portanto, o campo \vec{B}' , que origina Φ' , terá o sentido mostrado na figura. A corrente elétrica i' responsável por esse campo circula no galvanômetro no sentido horário (regra do relógio).

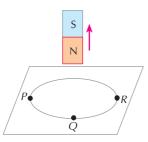
Resposta: sentido horário



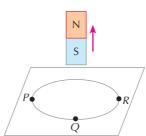
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 372 Determine o sentido da corrente elétrica induzida na espira nos casos abaixo:

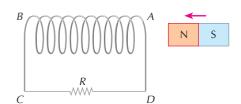
a)



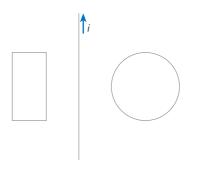
b)



P. 373 Aproxima-se um ímã de um solenoide de extremidades A e B, conforme indica a figura. O solenoide está ligado a um resistor R. Qual o sentido da corrente induzida que atravessa o resistor? De C para D ou de D para C?



- P. 374 Considere duas espiras, uma circular e outra retangular, situadas num mesmo plano. Um fio longo e situado no plano das espiras é percorrido por corrente elétrica de intensidade i conforme a figura. Determine o sentido da corrente elétrica induzida nas espiras quando:
 - a) i cresce com o tempo;
 - b) i decresce com o tempo.



▶ Definir o conceito de indutância de um circuito e conhecer sua unidade de medida no SI.

> Compreender o fenômeno da autoindução.

▶ Compreender como se dá o surgimento das correntes de Foucault em condutores maciços.

Compreender o funcionamento das bobinas de indução.

Termos e conceitos

fluxo autoinduzido

Lei de Faraday-Neumann

No instante t, seja Φ o fluxo magnético através de uma espira e, em um instante posterior $t+\Delta t$, seja $\Phi+\Delta\Phi$ o fluxo magnético. Portanto, no intervalo de tempo Δt , o fluxo magnético varia de $\Delta\Phi$, e a lei de Faraday-Neumann* afirma que a fem induzida média vale:

$$e_{\rm m} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Isso significa que:

A fem induzida média em um circuito é igual ao quociente da variação do fluxo magnético pelo intervalo de tempo em que ocorre, com sinal trocado.

Observe que o sinal de menos (-) que aparece na lei de Faraday-Neumann decorre da lei de Lenz, pois a força eletromotriz induzida se opõe à variação do fluxo que a origina.

A fem e instantânea é obtida pelo limite da expressão anterior quando Δt tende a zero:

$$e = \lim_{\Delta t \to 0} - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 146 Uma espira retangular, de dimensões 6 cm e 10 cm, é colocada perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético uniforme de intensidade 10⁻³ T. A intensidade do campo magnético é reduzida a zero em 3 s. Determine a fem induzida média nesse intervalo de tempo.

Solução:

Cálculo da área A:

$$A = 6 \cdot 10 \implies A = 60 \text{ cm}^2 \implies A = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Através da área A, no intervalo de tempo $\Delta t=3$ s, a intensidade do campo magnético vai de

$$B_{\rm inicial} = 10^{-3} \, T$$
 a $B_{\rm final} = 0$.

Assim:
$$\Delta B = B_{\text{final}} - B_{\text{inicial}} \implies \Delta B = -10^{-3} \,\text{T}$$

A variação do fluxo magnético é:

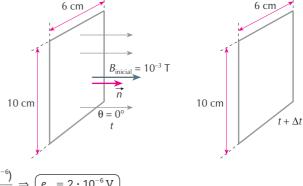
$$\Delta\Phi = \Delta B \cdot A \cdot \cos 0^{\circ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = (-10^{-3}) \cdot (6 \cdot 10^{-3}) \cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = -6 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$$

A fem induzida média é: $e_{\rm m} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow e_{\rm m} = -\frac{(-6\cdot 10^{-6})}{3} \Rightarrow \boxed{e_{\rm m} = 2\cdot 10^{-6}\,\rm V}$

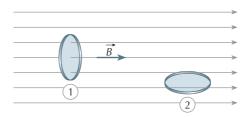
Resposta: $2 \cdot 10^{-6} \text{ V}$





^{*} NEUMANN, Franz Ernst (1798-1895), físico alemão. Além do Eletromagnetismo, estudou a propagação da luz nos meios anisótropos. Deixou ainda importantes trabalhos em Cristalografia.

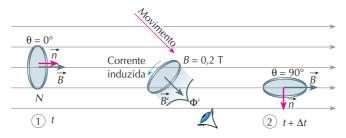
R. 147 Uma bobina chata, formada de 100 espiras circulares idênticas, de raio 10 cm, está em posição perpendicular às linhas de indução de um campo magnético uniforme de intensidade 0,2 T, conforme a situação ① da figura. Em 0,5 s, a bobina é levada para a posição ②. Calcule a fem induzida média nesse intervalo de tempo e determine o sentido da corrente induzida.



Solução:

Como a bobina tem N = 100 espiras, sua área total será:

$$A = N\pi r^2 \Rightarrow A = 100 \cdot 3,14 \cdot 0,1^2 \Rightarrow A = 3,14 \text{ m}^2$$



Na posição inicial, ①, instante t, o fluxo magnético através da bobina será:

$$\Phi_1 = BA \cdot cos \, 0^{\circ} \implies \Phi = 0,2 \cdot 3,14 \cdot 1 \implies \Phi_1 = 0,628 \, Wb$$

Na posição final, ②, instante $t+\Delta t$, tem-se: $\Phi_2=BA\cdot\cos 90^\circ\Rightarrow \Phi_2=0$ Portanto, no intervalo de tempo $\Delta t=0.5$ s, a variação do fluxo será:

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 \Rightarrow \Delta\Phi = -0.628 \text{ Wb}$$

A fem induzida média vale:
$$e_{\rm m}=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{\left(-0.628\right)}{0.5} \Rightarrow \boxed{e_{\rm m}\simeq 1.26\,{\rm V}}$$

Pela lei de Lenz, o fluxo induzido Φ' surge conforme mostra a posição intermediária da bobina na figura. O fluxo induzido se opõe à diminuição do fluxo indutor, sendo anti-horário o sentido da corrente elétrica na bobina em relação ao observador da figura (regra do relógio).

Resposta: = 1,26 V, sentido anti-horário

R. 148 Uma espira de área $A=1,5\cdot 10^{-2}$ m² e resistência elétrica R=4,0 Ω está disposta perpendicularmente às linhas de indução de um campo magnético uniforme de indução B=2,0 T. Sabendo-se que num certo intervalo de tempo o campo é reduzido a zero, determine a quantidade de carga elétrica induzida que circula pela espira nesse intervalo de tempo.

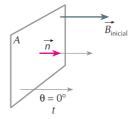
Solução:

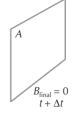
Através da área $A=1,5\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^2$, num certo intervalo de tempo Δt , a intensidade do campo passa de $B_{\mathrm{inicial}}=2,0\,\mathrm{T}$ a $B_{\mathrm{final}}=0$. Então $\Delta B=B_{\mathrm{final}}-B_{\mathrm{inicial}}=-2,0\,\mathrm{T}$, e a variação do fluxo magnético é:

$$\Delta \Phi = \Delta B \cdot A \cdot \cos 0^{\circ} = -2.0 \cdot 1.5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow$$

 $\Rightarrow \Delta \Phi = -3.0 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$

A fem média é dada pela lei de Faraday-Neumann: $e_{\rm m} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$





Sendo R a resistência elétrica da espira, podemos calcular a intensidade média da corrente elétrica que circula pela espira:

$$i = \frac{e}{R} = -\frac{\Delta \Phi}{R \cdot \Delta t}$$

Mas
$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$
, logo: $\frac{\Delta q}{\Delta t} = -\frac{\Delta \Phi}{R \cdot \Delta t} \Rightarrow \Delta q = -\frac{\Delta \Phi}{R}$

Como R = 4,0
$$\Omega$$
 e $\Delta \Phi$ = -3,0 · 10⁻² Wb, vem: Δq = $-\frac{(-3,0 \cdot 10^{-2})}{4,0}$ $\Rightarrow \Delta q = 7,5 \cdot 10^{-3}$ C

Resposta: $7.5 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

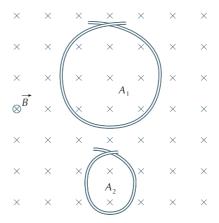


Unidade C • Eletromagnetismo

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

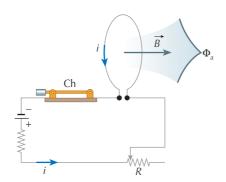
- P. 375 (EEFFE São Carlos-SP) Uma espira circular de área 1 m^2 é colocada em um campo magnético. O campo mantém-se perpendicular ao plano da espira, porém sua intensidade diminui uniformemente à razão de 2 T por segundo. Calcule a intensidade de corrente que circula pela espira se sua resistência elétrica vale 4Ω .
- P. 376 Uma bobina chata é formada de 200 espiras de 4 cm de raio e está colocada em um campo magnético uniforme. Determine a fem induzida nessa bobina se a intensidade do campo perpendicular ao plano das espiras varia de 0,01 T a 0 em 1 segundo.
- **P.377** Uma espira de área $6.0 \cdot 10^{-3}$ m² e resistência elétrica $2.0 \cdot 10^{-2}$ Ω é disposta perpendicularmente a um campo magnético uniforme de indução $B = 5.0 \cdot 10^{-3}$ T.
 - a) Calcule o fluxo magnético através da espira.
 - b) Se a intensidade do campo diminuir uniformemente para 2,0 · 10⁻³ T, num certo intervalo de tempo, calcule a quantidade de carga elétrica induzida que circula pela espira nesse intervalo de tempo.

P. 378 (Efei-MG) Na figura abaixo, tem-se um campo magnético uniforme, de intensidade 0,40 T, perpendicular ao plano do papel. Nesse plano, está uma espira cujo comprimento pode aumentar ou diminuir. Em 0,10 s, verifica-se que a área passa do valor $A_1 = 1,20 \text{ cm}^2$ para o valor $A_2 = 0,30 \text{ cm}^2$. Calcule a fem induzida na espira e indique, em um esquema, o sentido da corrente induzida.



1 Autoindução

Considere o circuito da **figura 14**, onde circula a corrente elétrica i, que origina o campo \vec{B} . Esse campo determina o fluxo magnético Φ_a através da espira, denominado **fluxo autoinduzido**. Verifica-se, experimentalmente, que Φ_a é diretamente proporcional à intensidade de corrente i:



√ Figura 14. A corrente elétrica, em um circuito, determina um fluxo autoinduzido no próprio circuito.

$$\Phi_{\rm a} = L \boldsymbol{\cdot} i$$

O coeficiente *L* depende da configuração do circuito e do meio no qual ele se encontra. Esse coeficiente é denominado **indutância** do circuito.

Na **figura 14**, mudando-se a posição do cursor no reostato, variamos i e, por conseguinte, $\Phi_{\rm a}$. Então, aparece uma fem induzida $e_{\rm a}$ no próprio circuito, que, por sua vez, é ao mesmo tempo circuito indutor e circuito induzido. Esse é o fenômeno da **autoindução**.

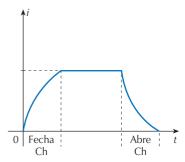
No intervalo de tempo Δt , tem-se $\Delta \Phi_{\rm a} = L \cdot \Delta i$ e, pela lei de Faraday-Neumann, a fem autoinduzida média é dada por:

$$e_{\mathrm{a(m)}} = - \left. rac{\Delta \Phi_{\mathrm{a}}}{\Delta t}
ight. \Rightarrow \left[e_{\mathrm{a(m)}} = - L \cdot rac{\Delta i}{\Delta t}
ight.$$



No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de indutância L denomina-se **henry** (símbolo **H**), em homenagem ao físico Joseph Henry*.

Pela lei de Lenz, a **fem autoinduzida** age sempre em sentido oposto ao da variação da própria corrente elétrica no circuito. Por isso, ao se fechar a chave Ch do circuito da **figura 14**, a corrente elétrica não se estabelece imediatamente com a intensidade prevista pela lei de Ohm, mas cresce gradativamente, conforme o gráfico da **figura 15**. O intervalo de tempo para a intensidade da corrente elétrica se manter constante depende da indutância *L* e da resistência elétrica do circuito. Ao se abrir a chave Ch, a corrente elétrica não cai imediatamente para zero, mas verifica-se, nos terminais da chave, uma faísca que ainda mantém uma circulação de corrente elétrica por breve intervalo de tempo.



➡ Figura 15. Variação da intensidade da corrente elétrica ao se fechar e abrir um circuito.

N = 1.000 espiras (cada uma de área A)

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 149 Tem-se um solenoide, cujo meio é o ar, de comprimento x=40 cm, constituído de N=1.000 espiras de raio 2 cm. Calcule sua indutância, sendo $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{T}\cdot\mathrm{m/A}$.

Solução:

A indutância vale L = $\frac{\Phi_a}{i}$. No solenoide de N = 1.000 espiras,

com x = 40 cm = 0,4 m de comprimento, percorrido pela corrente elétrica i, o vetor indução magnética tem intensidade:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{x} \cdot i$$

A área de cada espira é:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 \implies A = 4\pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

O fluxo magnético nas N espiras será dado por:

$$\Phi_{a} = \text{NBA} \ \Rightarrow \ \Phi_{a} = N \cdot \mu_{0} \cdot \frac{N}{x} \cdot i \cdot A \ \Rightarrow \ \frac{\Phi_{a}}{i} = \mu_{0} \cdot N^{2} \cdot \frac{A}{x}$$

Assim:

$$L = \mu_0 \cdot N^2 \cdot \frac{A}{x} \, \Rightarrow \, L = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-4}}{0.4} \, \Rightarrow \, \underbrace{L \simeq 4 \cdot 10^{-3} \, H}$$

Resposta: $4 \cdot 10^{-3} \text{ H}$

Observação:

Note, neste exercício, que o henry é uma unidade muito grande. A indutância, na prática, é frequentemente medida em milihenry (1 mH = 10^{-3} H) ou mesmo em microhenry (1 μ H = 10^{-6} H).

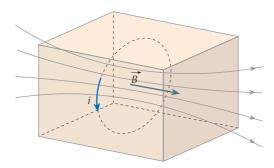
EXERCÍCIO PROPOSTO

P. 379 Uma bobina tem indutância de 0,25 H. Calcule a fem induzida média na bobina quando a corrente decresce de 2,0 A a zero em 10 s.

^{*} HENRY, Joseph (1797-1878), físico norte-americano que continuou os trabalhos de Faraday sobre a indução eletromagnética. Descobriu o fenômeno da autoindução e analisou as correntes de abertura e fechamento de um circuito.

Correntes de Foucault

Até agora consideramos apenas condutores em forma de fio, mas podemos obter também correntes induzidas em condutores maciços. Consideremos um cubo de cobre fixo (fig. 16), submetido a um campo magnético variável. Dentro desse cubo podemos encontrar grande número de percursos fechados, como o que se destaca na figura. Em cada percurso fechado, o fluxo magnético varia com o tempo e, portanto, fems induzidas fazem circular, no interior do cubo, correntes induzidas, chamadas correntes de Foucault*.

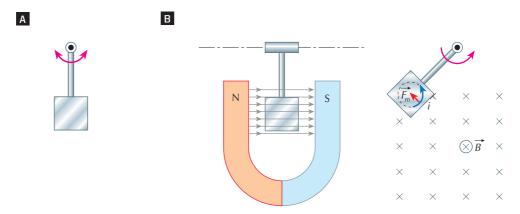


► Figura 16. Quando um cubo de cobre fixo é submetido a um campo magnético variável, surgem as correntes de Foucault.

Se considerarmos que um condutor maciço tem resistência elétrica muito pequena, as correntes de Foucault podem atingir intensidades muito elevadas. Quando isso ocorre, há dissipação de consideráveis quantidades de energia, causando o aquecimento do condutor.

A principal aplicação desse fenômeno é na construção dos **fornos de indução**, em que uma peça metálica se funde devido ao efeito Joule originado pelas correntes de Foucault.

Podem-se obter também correntes de Foucault quando o condutor maciço se move em um campo magnético uniforme. Na **figura 17**, a variação do fluxo magnético é devida à variação da área do pêndulo que atravessa o campo.



▲ Figura 17. (A) Pêndulo oscilando livremente. (B) Pêndulo oscilando entre as faces de um ímã em forma de ferradura.

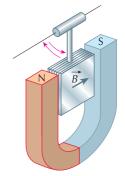
O condutor é ligado por meio de um cabo isolante a um eixo, formando um pêndulo que, de início, oscila livremente (fig. 17A).

Colocando-se um ímã em forma de ferradura perpendicularmente ao plano de oscilação do pêndulo, verificamos que as oscilações são acentuadamente amortecidas. As forças magnéticas, agindo sobre as correntes de Foucault, freiam o pêndulo (fig. 17B).



^{*} FOUCAULT, Léon (1819-1868), físico francês. Imaginou o método do espelho giratório para a medida de velocidade da luz e demonstrou a existência das correntes induzidas em corpos maciços condutores.

Algumas vezes, as correntes de Foucault são indesejáveis e, para reduzi-las, o condutor é constituído de lâminas, isoladas umas das outras por meio de um esmalte especial e dispostas paralelamente às linhas de indução (fig. 18). Essa disposição das lâminas aumenta a resistência elétrica e diminui a intensidade das correntes de Foucault. Utiliza-se esse esquema em muitas máquinas elétricas, como o transformador (como veremos na seção 16.2), nas quais é necessário diminuir a dissipação de energia elétrica.



♠ Figura 18. Para reduzir as correntes de Foucault, o condutor maciço é laminado e as lâminas são isoladas.

3

Bobina de indução

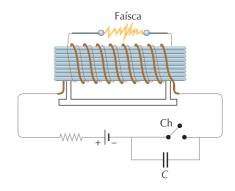
Uma importante aplicação da indução eletromagnética é a **bobina de indução**, destinada à obtenção de elevadas ddps.

Considere um solenoide de fio de cobre grosso (fig. 19) ligado a um gerador de corrente contínua por meio de uma chave Ch. Esse solenoide denomina-se enrolamento primário. No seu interior, é colocado um núcleo cilíndrico, formado por um feixe de arames de ferro justapostos, mas isolados entre si, a fim de se reduzirem as correntes de Foucault. Observe também o conjunto de espiras de fio de cobre fino em circuito aberto, chamado enrolamento secundário. O enrolamento secundário é totalmente independente do primário.

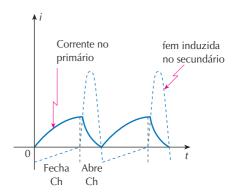
Interrompendo-se periodicamente a corrente no enrolamento primário (fechando e abrindo Ch), o fluxo magnético é variável. Originam-se, então, no enrolamento secundário, fems induzidas que podem assumir valores bastante elevados, como mostra o gráfico da figura 20. Normalmente, o ar é um isolante, mas, quando há uma grande ddp entre dois terminais próximos, o circuito pode ser fechado momentaneamente pela ionização das moléculas do ar. Quando isso ocorre nos terminais do enrolamento secundário, salta a faísca destacada na figura 19.

A eficiência da bobina é aumentada pela ligação do capacitor (**fig. 19**). Sem o capacitor, o faiscamento na chave retardaria a interrupção do circuito, o que diminuiria a fem induzida no secundário.

Fio grosso: enrolamento primário Fio fino: enrolamento secundário



♠ Figura 19. Bobina de indução.



➡ Figura 20. Gráfico da corrente no primário e da fem induzida no secundário de uma bobina de indução em função do tempo.

Uma importante utilização prática da bobina de indução é no circuito de ignição dos motores a explosão. Nesse circuito devem-se obter altas ddps, a fim de provocar, no interior dos cilindros, a faísca que originará a combustão da mistura ar-combustível. A interrupção da corrente no circuito primário é feita eletronicamente pelo **sistema de ignição transistorizada**.

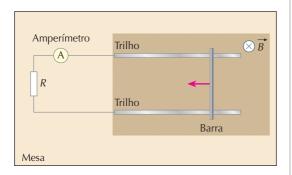
Entre na rede No endereço http://www.micro.magnet.fsu.edu/electromag/java/speaker (acesso em julho/2009), você pode verificar o funcionamento de um alto-falante.





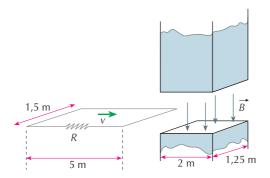
EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 380 (UFMG) Em uma aula de eletromagnetismo, o professor Emanuel faz a montagem mostrada, esquematicamente, na figura. Nessa montagem, uma barra de metal não magnético está em contato elétrico com dois trilhos metálicos paralelos e pode deslizar sobre eles, sem atrito. Esses trilhos estão fixos sobre uma mesa horizontal, em uma região onde há um campo magnético uniforme, vertical e para baixo, que está indicado, na figura, pelo símbolo ⊗. Os trilhos são ligados em série a um amperímetro e a um resistor R. Considere que, inicialmente, a barra está em repouso. Em certo momento, Emanuel empurra a barra no sentido indicado pela seta e, em seguida, solta-a. Nessa situação, ele observa uma corrente elétrica no amperímetro.



- a) Com base nessas informações, indique, na figura, o sentido da corrente elétrica observada por Emanuel. Justifique sua resposta.
- b) Após a barra ser solta, sua velocidade diminui, permanece constante ou aumenta com o tempo? Justifique sua resposta.

P. 381 (Fuvest-SP) Uma espira condutora ideal, com 1,5 m por 5,0 m, é deslocada com velocidade constante, de tal forma que um de seus lados atravessa uma região onde existe um campo magnético B, uniforme, criado por um grande eletroímã. Esse lado da espira leva 0,5 s para atravessar a região do campo. Na espira está inserida uma resistência R com as características descritas. Em consequência do movimento da espira, durante esse intervalo de tempo, observase uma variação de temperatura, em R, de 40 °C. Essa medida de temperatura pode, então, ser utilizada como uma forma indireta para estimar o valor do campo magnético B.



Assim, determine:

- a) a energia E, em joules, dissipada no resistor sob a forma de calor;
- b) a corrente I, em ampères, que percorre o resistor durante o aquecimento;
- c) o valor do campo magnético \vec{B} , em teslas.

Características do resistor R:

massa = 1,5 g resistência = 0,40 Ω calor específico = 0,33 cal/g \cdot °C

Note e adote:

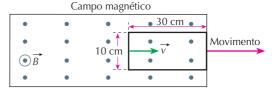
 $1 \text{ cal} \simeq 4 \text{ J}$

 $F = I \cdot B \cdot L$ é a intensidade da força \vec{F} que age sobre um fio de comprimento L, percorrido por uma corrente I, em um campo magnético \vec{B} .

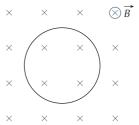
 $|\text{fem}| = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t},$ ou seja, o módulo da força eletromo-

triz induzida é igual à variação do fluxo magnético Φ por unidade de tempo. $\Phi=B\cdot S$, onde B é a intensidade do campo através de uma superfície de área S, perpendicular ao campo.

P. 382 Uma espira retangular, de dimensões 30 cm por 10 cm e resistência de 10 ohms, move-se com velocidade de 5 cm/s, perpendicularmente ao campo magnético uniforme de indução 2 T. Qual é a intensidade e o sentido da corrente elétrica induzida na espira, 2 s após a situação indicada na figura?



P. 383 Uma espira está imersa num campo magnético de indução \vec{B} , conforme indica a figura.



Determine o sentido da corrente induzida na espira, quando:

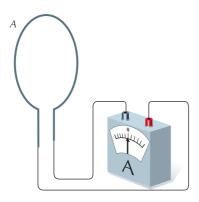
- a) B cresce com o tempo;
- b) B decresce com o tempo.

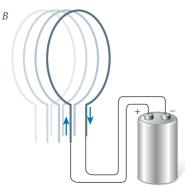
P. 384 (Faap-SP) Uma espira quadrada de 8 cm de lado é perpendicular a um campo magnético, tal que a indução magnética vale $5 \cdot 10^{-3}$ T.

- a) Calcule o fluxo magnético através da espira.
- b) Se o campo cai a zero em 0,1 s, qual será a fem média induzida na espira nesse intervalo de tempo?



P. 385 Na figura, as espiras A e B estão dispostas em planos paralelos. A espira A está ligada a um amperímetro e a B, a uma bateria. Determine o sentido da corrente elétrica induzida em A quando se afasta a espira B, mantendo-a paralela a A.

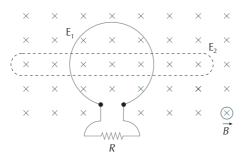




P. 386 (UFV-MG) Uma bobina retangular, com uma resistência total de 4,0 Ω , é constituída de 10 espiras de 20 cm \cdot 30 cm. Essa bobina está imersa em um campo magnético perpendicular a seu plano, que varia uniformemente de 8,0 T a 16,0 T no intervalo de tempo de 1,2 s. Calcule, na bobina:

- a) a força eletromotriz induzida;
- b) a intensidade da corrente.

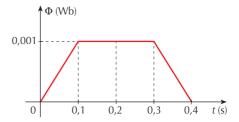
P.387 Uma espira circular E_1 , de diâmetro 20 cm e resistência desprezível, está ligada a um resistor de resistência $R=0.01~\Omega$ e colocada em um campo de indução magnética uniforme perpendicular a seu plano, de intensidade B=0.6~T, conforme a figura.



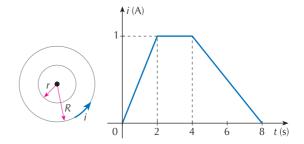
Em 0,1 s a espira se deforma, conforme E_2 , onde sua área se torna igual a 14 cm². Determine:

- a) a fem induzida média;
- b) a intensidade de corrente que se estabelece no circuito e o seu sentido.

- P. 388 (Vunesp) O gráfico mostra como varia com o tempo o fluxo magnético através de cada espira de uma bobina de 400 espiras, que foram enroladas próximas umas das outras para se ter garantia de que todas seriam atravessadas pelo mesmo fluxo.
 - a) Explique por que a fem induzida na bobina é zero entre 0,1 s e 0,3 s.
 - b) Determine a máxima fem induzida na bobina.



P. 389 (UFU-MG) Duas espiras circulares, de raios $r=0.01~\mathrm{m}$ e $R=1.0~\mathrm{m}$, têm o centro comum e estão situadas no mesmo plano, como mostra a figura. Pela espira maior passa uma corrente i, que varia com o tempo de acordo com o gráfico. Admita que o campo magnético produzido através da área da espira menor seja praticamente uniforme.

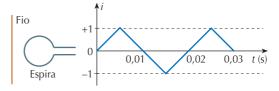


Se a resistência da espira menor é de 0,1 Ω , pede-se:

- a) o fluxo magnético através da área limitada pela espira menor durante o intervalo de tempo entre t = 2 s e t = 4 s.
- b) o gráfico da corrente induzida na espira menor no intervalo entre t=0 s e t=8 s.
- c) o sentido da corrente induzida nos intervalos de tempo dados (0 a 2 s; 2 s a 4 s; 4 s a 8 s).

Dados: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \, \text{T} \cdot \text{m/A} \, \text{e} \, \pi^2 \simeq 10$

P. 390 (Unicamp-SP) Um fio condutor retilíneo longo é colocado no plano que contém uma espira condutora conforme a figura abaixo. O fio é percorrido por uma corrente i cuja variação em função do tempo é representada na figura.



- a) Qual a frequência da corrente que percorre o fio retilíneo?
- Faça um gráfico do fluxo magnético que atravessa a espira em função do tempo.
- c) Faça um gráfico da força eletromotriz induzida nos terminais da espira em função do tempo.

