

Geradores elétricos

A balada sustentável

Já imaginou uma balada onde a eletricidade não vem da tomada e sim da animação da galera frequentadora? O segredo está na piezoelectricidade: capacidade que alguns materiais, como o quartzo, têm de gerar energia elétrica ao sofrer deformações.

Gerador elétrico é um elemento de circuito que converte em energia elétrica outras formas de energia.

9.1 Gerador. Força eletromotriz

Os geradores apresentam duas características principais independentemente dos circuitos aos quais estejam ligados: a força eletromotriz e a resistência interna.

9.2 Circuito simples. Lei de Pouillet

A intensidade da corrente que percorre um circuito elétrico simples, do tipo gerador-resistor, é calculada pela lei de Pouillet.

9.3 Associação de geradores

Assim como os resistores, os geradores podem ser associados em série ou em paralelo.

9.4 Estudo gráfico da potência elétrica lançada por um gerador em um circuito

O gráfico da potência lançada pelo gerador em função da intensidade da corrente elétrica que o atravessa é uma parábola.

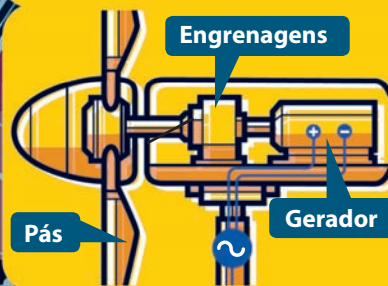


Célula fotovoltaica

Feita de material semicondutor, como o silício, absorve a energia solar fazendo com que os elétrons fracamente ligados possam fluir livremente, gerando uma corrente elétrica. Ao ligar as partes superior e inferior à uma bateria, pode-se armazenar essa energia.

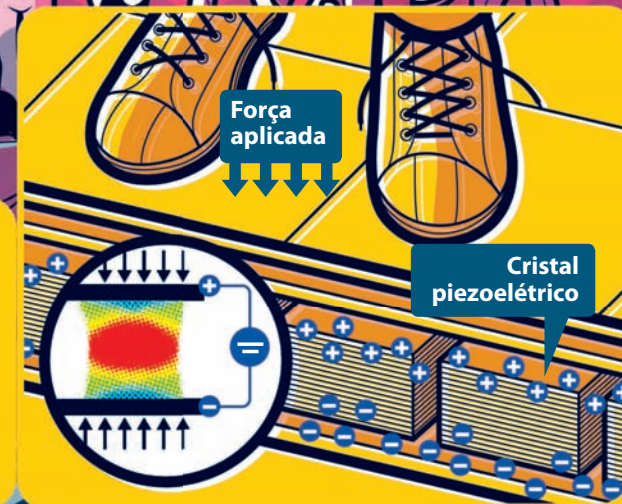
Gerador eólico

Grandes hélices captam a energia cinética do vento e a transformam em energia elétrica. Basicamente, o gerador eólico funciona de maneira semelhante ao gerador de uma usina hidrelétrica.



Caso o DJ não empolgue a galera na pista, geradores de energia eólica e solar, estão à disposição no teto da balada para suprir o déficit de energia.

O vento ainda pode ser utilizado na refrigeração da casa, poupando no gasto com ar condicionado.



Gerador piezoelétrico

Em baixo da pista, entre chapas de metal, ficam os cristais piezoelétricos, que quando comprimidos, têm suas cargas polarizadas, gerando uma descarga elétrica. Essa energia é armazenada em baterias e usada para alimentar o som e a iluminação.

Para pensar

Quanta energia elétrica poderia ser economizada mensalmente, com uma área de 20 m² de coletores fotovoltaicos? Admita uma incidência de radiação solar de 5 kWh/m² · dia e que a eficiência dos coletores seja de 16%.

Objetivos

- ▶ Conhecer a definição de gerador elétrico.
 - ▶ Compreender o conceito de força eletromotriz.
- ▶ Conhecer os diversos tipos de geradores utilizados no dia a dia.
- ▶ Caracterizar potência elétrica dissipada, potência elétrica lançada no circuito externo e potência elétrica total gerada pelo gerador.
- ▶ Conceituar rendimento elétrico de um gerador.
 - ▶ Compreender a equação do gerador.
 - ▶ Analisar um gerador em curto-circuito e em circuito aberto.
 - ▶ Analisar a curva característica de um gerador.

Termos e conceitos

- baterias de acumuladores
- resistência interna
 - volt
- gerador ideal

Quando uma corrente elétrica atravessa um resistor, há transformação de energia elétrica em energia térmica. Vimos, anteriormente, que no circuito deve existir um aparelho que transforme outras formas de energia em energia elétrica e forneça essa energia ao resistor. Tal aparelho é denominado **gerador elétrico**.

Na **figura 1**, destacamos alguns tipos comuns de geradores. A energia química, desenvolvida em certas reações químicas, é a base de um grande número de **geradores químicos**. Entre estes figuram as **baterias de acumuladores**, que podem sofrer numerosas cargas e recargas, e também as **pilhas secas**, a maioria das quais tem duração limitada (**fig. 1A**). Nas usinas hidrelétricas, a energia mecânica de uma queda-d'água serve de base para os **geradores mecânicos** (**fig. 1B**).

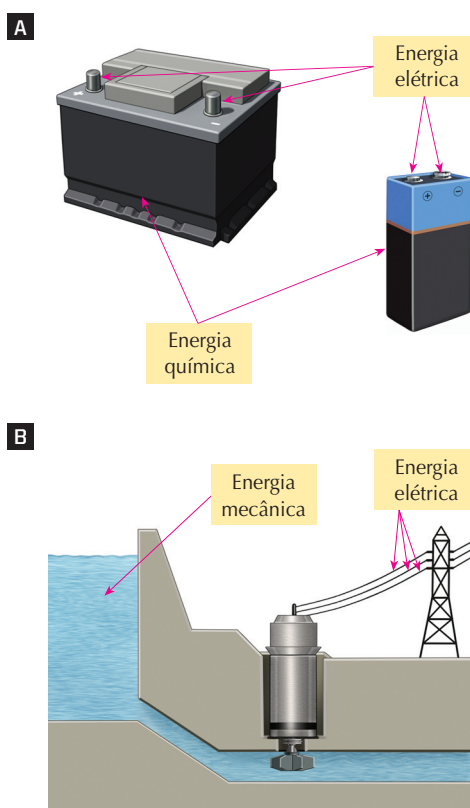


Figura 1. (A) Geradores químicos. (B) Geradores mecânicos.

Gerador elétrico é o aparelho que realiza a transformação de uma forma qualquer de energia em energia elétrica.

Um gerador elétrico possui dois terminais denominados polos: um **polo negativo**, correspondendo ao terminal de potencial elétrico menor, e um **polo positivo**, correspondendo ao terminal de potencial elétrico maior.

Considerando o sentido convencional da corrente elétrica (movimento das cargas positivas), o fornecimento de energia (química, mecânica) causará o movimento dessas cargas do polo negativo para o polo positivo, elevando, assim, a energia potencial elétrica das cargas.

Verifica-se experimentalmente que:

A potência elétrica total gerada (Pot_g) por um gerador é diretamente proporcional à intensidade da corrente elétrica i que o atravessa.

Isso significa que:

$$Pot_g = E \cdot i$$

em que a constante de proporcionalidade, representada pela letra E , é chamada **força eletromotriz (fem)*** do gerador. Dessa maneira, a força eletromotriz de um gerador pode ser definida pela fórmula:

$$E = \frac{Pot_g}{i}$$

Dessa definição concluímos que, utilizando-se unidades do Sistema Internacional, a fem terá como unidade o **volt**:

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ W}}{1 \text{ A}}$$

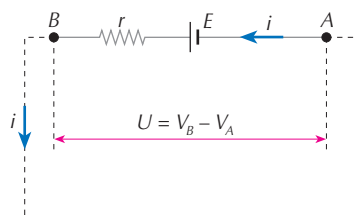
A experiência revela que um gerador em funcionamento normal não lança no circuito externo toda a potência elétrica por ele gerada. Isso ocorre porque no interior do gerador a corrente elétrica passa por condutores que, por sua vez, dissipam uma parte da potência elétrica. Considera-se terem esses condutores uma resistência elétrica r , que se denomina **resistência interna** do gerador.

Em resumo:

Um **gerador** tem por função receber as cargas que constituem a corrente elétrica em seu potencial mais baixo (polo negativo) e entregá-las em seu potencial mais alto (polo positivo), fornecendo energia elétrica ao circuito. O gerador apresenta duas constantes características, independentes do circuito ao qual estiver ligado: a **fem** E (medida em volts) e a **resistência interna** r (em ohms). O gerador é indicado da seguinte maneira: (E, r).

Para representar um gerador entre dois pontos, A e B , de um circuito, utilizamos os símbolos da **figura 2**: a fem E do gerador é indicada acima de dois traços verticais ($-|+|$), sendo o polo positivo representado pelo traço mais longo, e o polo negativo, pelo traço mais curto ($-|+|$). Ao lado desses traços verticais indica-se a resistência interna do gerador (r).

No interior do gerador o sentido da corrente elétrica é do potencial menor para o potencial maior, isto é, do polo negativo para o polo positivo.



◀ **Figura 2.**
Gerador representado simbolicamente fornecendo energia a um circuito externo.

* Esse nome é mantido devido às origens históricas do gerador. Contudo, trata-se de uma denominação inadequada, visto que não se trata de força no sentido em que esse conceito é usado na Física.

1

As potências e o rendimento elétrico de um gerador

Como visto, a **potência elétrica total gerada** pelo gerador é:

$$Pot_g = E \cdot i$$

A **potência elétrica lançada** no circuito externo, isto é, a potência elétrica fornecida pelo gerador ao circuito externo é:

$$Pot_\ell = U \cdot i$$

em que $U = V_B - V_A$ é a tensão entre os polos do gerador.

A **potência elétrica dissipada internamente** é:

$$Pot_d = r \cdot i^2$$

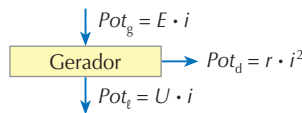


Figura 3. Esquema de potências em um gerador.

De acordo com a **figura 3**, e com base no princípio da conservação de energia, podemos concluir que:

$$Pot_g = Pot_\ell + Pot_d$$

O **rendimento elétrico** (η) do gerador é o quociente da potência elétrica lançada no circuito pela potência total gerada:

$$\eta = \frac{Pot_\ell}{Pot_g} \Rightarrow \eta = \frac{U \cdot i}{E \cdot i} \Rightarrow \eta = \frac{U}{E} \Rightarrow \eta = \frac{U}{E}$$

2

Equação do gerador. Circuito aberto

Sendo $Pot_g = Pot_\ell + Pot_d$, temos:

$$E \cdot i = U \cdot i + r \cdot i^2 \Rightarrow E = U + r \cdot i \Rightarrow U = E - r \cdot i$$

que é denominada **equação do gerador**.

Pode-se obter a equação do gerador supondo, como na **figura 4**, que a ddp U entre os terminais seja o resultado de uma elevação de potencial E e da queda de potencial $r \cdot i$.

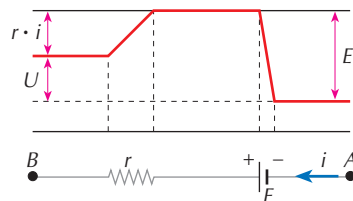


Figura 4. Potencial elétrico ao longo do gerador.

Um gerador está em **circuito aberto** quando não há percurso fechado para as cargas elétricas. Nesse caso não se estabelece corrente elétrica ($i = 0$) e, segundo a equação do gerador, concluímos que a ddp nos seus terminais é igual à sua fem:

$$U = E$$

Se ligarmos um voltímetro ideal **V** aos terminais de um gerador em circuito aberto (fig. 5A), sua indicação é o valor da fem do gerador.

Se o gerador fosse ideal, isto é, $r = 0$, teríamos: $U = E$. Assim, podemos dizer que a fem E é a ddp nos terminais de um gerador ideal. Na figura 5B, temos o símbolo de um gerador ideal.



Figura 5. (A) No gerador em circuito aberto, a ddp nos terminais é igual à sua fem. (B) A ddp nos terminais de um gerador ideal ($r = 0$) é igual à sua fem.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 77 Um gerador de força eletromotriz 120 V e resistência interna 2Ω , ligado a um circuito externo, gera a potência elétrica de 600 W. Determine:

- a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador;
- a potência elétrica lançada no circuito externo e a potência dissipada internamente.

Solução:

a) De $Pot_g = E \cdot i$, vem: $600 = 120 \cdot i \Rightarrow i = 5 \text{ A}$

b) A ddp U entre os terminais do gerador é dada por $U = E - r \cdot i$. Portanto:

$$U = 120 - 2 \cdot 5 \Rightarrow U = 110 \text{ V}$$

A potência elétrica lançada no circuito externo é dada por:

$$Pot_e = U \cdot i \Rightarrow Pot_e = 110 \cdot 5 \Rightarrow Pot_e = 550 \text{ W}$$

Para o cálculo da potência dissipada internamente basta lembrar que:

$$Pot_g = Pot_e + Pot_d \Rightarrow 600 = 550 + Pot_d \Rightarrow Pot_d = 50 \text{ W}$$

Outro modo seria utilizando: $Pot_d = r \cdot i^2 \Rightarrow Pot_d = 2,0 \cdot (5)^2 \Rightarrow Pot_d = 50 \text{ W}$

Resposta: a) 5 A; b) 550 W e 50 W

R. 78 Um gerador, de fem E e resistência interna r , fornece energia a uma lâmpada L . A ddp nos terminais do gerador é 100 V e a corrente elétrica que o atravessa vale 1 A. Sendo o rendimento do gerador 80%, calcule E e r .

Solução:

O circuito proposto pode ser esquematizado como na figura ao lado. Sendo o rendimento a relação entre a ddp nos terminais do gerador ($U = 100 \text{ V}$) e sua fem E , temos: $\eta = \frac{U}{E}$

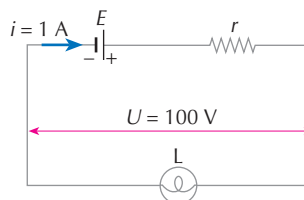
Como $\eta = 0,8$, tem-se:

$$0,8 = \frac{100}{E} \Rightarrow E = \frac{100}{0,8} \Rightarrow E = 125 \text{ V}$$

Para determinarmos a resistência interna r , utilizamos a equação do gerador:

$$U = E - r \cdot i \Rightarrow 100 = 125 - r \cdot 1 \Rightarrow r = 25 \Omega$$

Resposta: 125 V e 25Ω



R. 79 Quando uma bateria está em circuito aberto, um voltímetro ideal ligado aos seus terminais marca 12 V. Quando a bateria está fornecendo energia a um resistor R , estabelece no circuito uma corrente 1 A e o voltímetro registra 10 V nos terminais da bateria. Determine a fem e a resistência interna da bateria.

Solução:

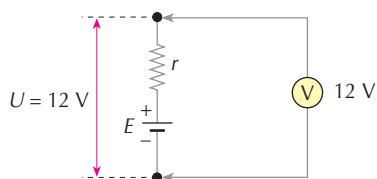


Figura I.

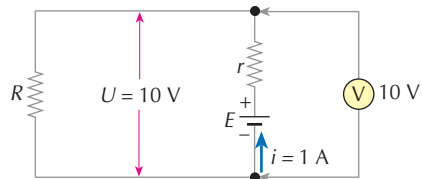


Figura II.

Em circuito aberto (figura I), o voltímetro ideal indica 12 V, que é a própria fem E do gerador:

$$E = 12 \text{ V}$$

No circuito fechado (figura II), pela equação do gerador, temos:

$$U = E - r \cdot i \Rightarrow 10 = 12 - r \cdot 1 \Rightarrow r = 2 \Omega$$

Resposta: 12 V e 2 Ω

R. 80 Uma pilha de lanterna possui fem 1,5 V. Calcule a energia que a pilha gera para cada carga elétrica igual a 1 C que a atravessa.

Solução:

De $E_{\text{el.}} = \text{Pot}_g \Delta t$, vem $E_{\text{el.}} = E \cdot i \cdot \Delta t$. Sendo $i \cdot \Delta t = \Delta q$, resulta $E_{\text{el.}} = E \cdot \Delta q$. Fazendo $E = 1,5 \text{ V}$ e $\Delta q = 1 \text{ C}$, obtém-se:

$$E_{\text{el.}} = 1,5 \cdot 1 \Rightarrow E_{\text{el.}} = 1,5 \text{ J}$$

Resposta: 1,5 J

Observação:

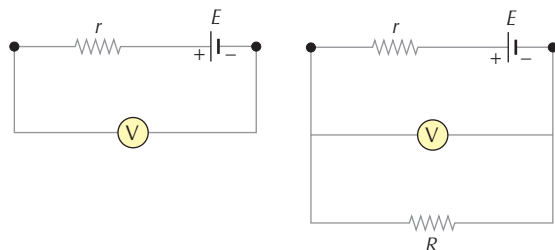
Dizer que a fem de um gerador é 1,5 V equivale a dizer que o gerador gera 1,5 J de energia elétrica para cada carga elétrica de 1 C que o atravessa.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 193 Um gerador de fem 24 V e resistência interna 1 Ω está ligado a um circuito externo. A tensão entre os terminais do gerador é de 20 V.

- Qual a intensidade da corrente elétrica que o atravessa?
- Determine a potência gerada, a lançada no circuito e a dissipada internamente.
- Qual o rendimento do gerador?

P. 194 A figura a seguir mostra dois circuitos montados com um gerador, um voltímetro ideal e um resistor de resistência $R = 10 \Omega$. O voltímetro marca 6 V no primeiro circuito e 5 V no segundo. Calcule a fem E e a resistência interna r do gerador.



P. 195 Uma bateria possui fem 12 V. Calcule a energia que a bateria gera para cada elétron que a atravessa. (Dado: a carga elétrica elementar é $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

3 Curto-circuito em um gerador

Em um gerador, o **contato direto de seus terminais** constitui um **curto-circuito**. Esse contato pode ser obtido por um condutor de resistência desprezível (fig. 6). A tensão elétrica entre os terminais de um gerador em curto-circuito é nula ($U = 0$).

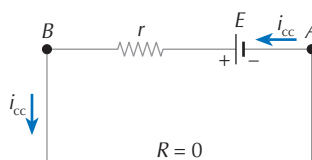


Figura 6. Gerador em curto-circuito.

Isso acontece porque os terminais A e B estão em contato direto. A intensidade da corrente de curto-circuito i_{cc} no gerador é obtida fazendo-se $U = 0$ na equação do gerador:

$$U = E - r \cdot i \Rightarrow 0 = E - r \cdot i_{cc} \Rightarrow i_{cc} = \frac{E}{r}$$

A intensidade da corrente de curto-circuito é a máxima intensidade de corrente elétrica que pode atravessar um gerador.

Sendo $U = 0$, a potência elétrica lançada no circuito será: $Pot_{\ell} = U \cdot i = 0$

Como $Pot_g = Pot_{\ell} + Pot_d$, temos: $Pot_g = Pot_d$

A potência elétrica total gerada será dissipada integralmente na resistência interna, podendo danificar o gerador.

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 81 Uma bateria de automóvel tem fem 12 V e resistência interna 0,5 Ω . Determine a máxima intensidade de corrente elétrica que se pode obter dessa bateria.

Solução:

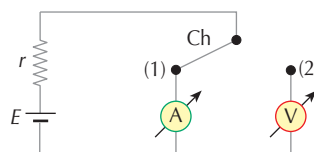
A máxima intensidade de corrente elétrica que se pode obter na bateria ($E = 12$ V, $r = 0,5$ Ω) ocorre quando seus terminais estão em curto-circuito. Assim:

$$i_{cc} = \frac{E}{r} \Rightarrow i_{cc} = \frac{12}{0,5} \Rightarrow i_{cc} = 24 \text{ A}$$

Resposta: 24 A

R. 82 No circuito esquematizado, o gerador tem fem $E = 18$ V e resistência interna $r = 1,5$ Ω . O amperímetro A e o voltímetro V são ideais.

- Estando a chave Ch na posição (1), qual a leitura do amperímetro?
- Com a chave Ch na posição (2), qual a leitura do voltímetro?



Solução:

a) Com a chave na posição (1) o gerador fica em curto-circuito, pois o amperímetro é ideal (resistência elétrica nula). Assim, a leitura do amperímetro é a intensidade da corrente de curto-circuito:

$$i_{cc} = \frac{E}{r} \Rightarrow i_{cc} = \frac{18}{1,5} \Rightarrow i_{cc} = 12 \text{ A}$$

b) Com a chave na posição (2) a leitura do voltímetro é a própria fem E , pois o circuito não é percorrido por corrente elétrica (a resistência elétrica do voltímetro ideal é infinita). Portanto:

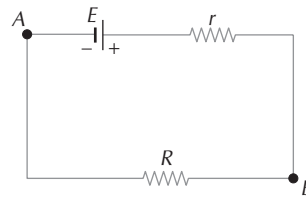
$$U = E = 18 \text{ V}$$

Resposta: a) 12 A; b) 18 V

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 196** Tem-se um gerador de fem 100 V e resistência interna 2Ω . Calcule:
- a ddp nos seus terminais quando não é percorrido por corrente elétrica;
 - a intensidade da corrente elétrica que o atravessa quando está em curto-circuito;
 - a ddp nos terminais nas condições do item anterior.

- P. 197** Um gerador de fem $E = 6 \text{ V}$ e resistência interna $r = 1 \Omega$ está ligado a um resistor R . Verifica-se que a tensão em R é de 4 V.
- Determine a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador.
 - Ligando os pontos A e B por meio de um fio de resistência nula, determine a nova intensidade da corrente elétrica que percorre o gerador.



4 Curva característica de um gerador

A equação de um gerador de constantes $[E, r]$ é dada por:

$$U = E - r \cdot i = -r \cdot i + E$$

que é uma equação do 1º grau.

Na **figura 7** temos a curva característica de um gerador que expressa essa equação: uma reta de coeficiente angular $-r$, que corta o eixo das ordenadas ($i = 0$) quando o gerador está em circuito aberto ($U = E$). A reta encontra o eixo das abscissas ($U = 0$) quando o gerador está em curto-circuito ($i_{cc} = \frac{E}{r}$).

Observe que a área do retângulo destacado é numericamente igual à potência elétrica lançada no circuito $Pot_e = U \cdot i$.

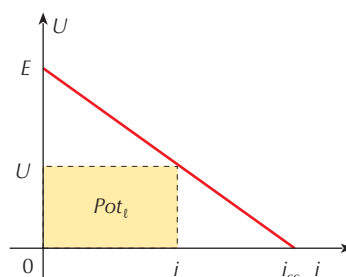
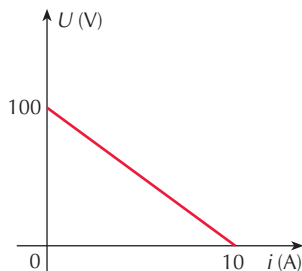


Figura 7.
Curva característica de um gerador.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 83 Tem-se um gerador cuja curva característica é a reta da figura abaixo.



Calcule:

- a fem E e a resistência interna r desse gerador;
- a ddp nos terminais do gerador quando a corrente elétrica que o atravessa é 5 A;
- a potência que o gerador lança nessas condições.

Solução:

- a) Do gráfico, temos: $E = 100 \text{ V}$ e $i_{cc} = 10 \text{ A}$

$$\text{Como } i_{cc} = \frac{E}{r}, \text{ vem: } 10 = \frac{100}{r} \Rightarrow r = 10 \Omega$$

- b) Quando $i = 5 \text{ A}$, pela equação do gerador tem-se:

$$U = E - r \cdot i = 100 - 10 \cdot 5 \Rightarrow U = 50 \text{ V}$$

- c) A potência lançada pelo gerador será:

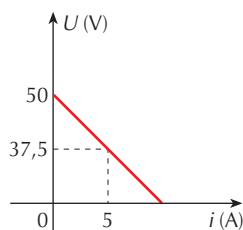
$$Pot_e = U \cdot i \Rightarrow Pot_e = 50 \cdot 5 \Rightarrow Pot_e = 250 \text{ W}$$

Resposta: a) 100 V e 10 Ω ; b) 50 V; c) 250 W

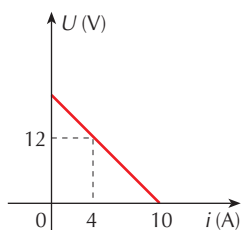
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 198 Os gráficos abaixo representam as curvas características de geradores. Calcule a fem, a resistência interna e a corrente de curto-circuito de cada gerador.

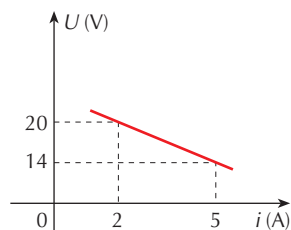
I.



II.



III.



P. 199 Um gerador tem força eletromotriz 36 V e resistência interna 4,5 Ω .

- Represente, num gráfico, a tensão U no gerador em função da intensidade da corrente elétrica i que o atravessa.
- Qual a potência que o gerador lança no circuito externo quando sob tensão de 27 V?

Circuito simples. Lei de Pouillet

Objetivos

- ▶ Analisar um circuito gerador-resistor.
- ▶ Compreender a lei de Pouillet.

Termos e conceitos

- circuito simples

Circuito simples é aquele que apresenta apenas um caminho para a corrente elétrica, isto é, nenhum dos seus elementos possui ligações em paralelo. Estudaremos, inicialmente, o circuito gerador-resistor.

Na **figura 8** temos o circuito constituído pelo gerador (E, r), pelo resistor (R) e por fios de ligação de resistência elétrica desprezível.

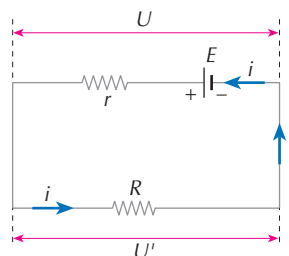


Figura 8. Circuito simples formado por um gerador e um resistor.

A diferença de potencial nos terminais do gerador ($U = E - r \cdot i$) é a mesma nos terminais do resistor ($U' = R \cdot i$).

Portanto:

$$U = U' \Rightarrow E - r \cdot i = R \cdot i \Rightarrow E = (R + r) \cdot i \Rightarrow i = \frac{E}{R + r}$$

A fórmula acima, a que chegamos por dedução teórica, foi estabelecida experimentalmente pelo físico Pouillet*, sendo chamada **lei de Pouillet**.

Observe que i é a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador e o resistor, e R é a resistência externa do circuito. Essa resistência poderá ser a **resistência equivalente de uma associação qualquer de resistores**.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 84 Um resistor de 2Ω é ligado aos terminais de uma pilha de fem $1,5 \text{ V}$ e resistência interna $0,5 \Omega$.

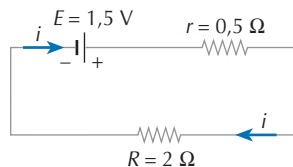
Determine:

- a intensidade de corrente que se estabelece no circuito;
- a energia elétrica dissipada no resistor em 1 minuto.

Solução:

- Esquemmatizando o circuito conforme a figura ao lado, a lei de Pouillet fornece:

$$i = \frac{E}{R + r} \Rightarrow i = \frac{1,5}{2 + 0,5} \Rightarrow i = 0,6 \text{ A}$$



* **POUILLET**, Claude (1790-1868), físico e político francês, aperfeiçoou inúmeros aparelhos usados na Física, como a bússola, por exemplo. Estabeleceu, experimentalmente, a lei para determinar a intensidade de corrente em um circuito onde não existem ligações em paralelo.

b) Calculemos inicialmente a potência elétrica dissipada no resistor:

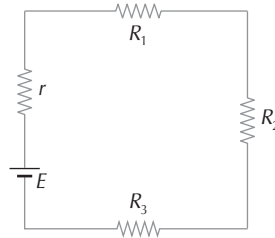
$$Pot = R \cdot i^2 \Rightarrow Pot = 2 \cdot (0,6)^2 \Rightarrow Pot = 0,72 \text{ W}$$

A energia elétrica dissipada no resistor, em $\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$, será:

$$E_{el.} = Pot \cdot \Delta t \Rightarrow E_{el.} = 0,72 \cdot 60 \Rightarrow E_{el.} = 43,2 \text{ J}$$

Resposta: a) 0,6 A; b) 43,2 J

R. 85 Um gerador de fem 9 V e resistência interna 1 Ω está ligado aos resistores de resistências $R_1 = R_2 = 2 \Omega$ e $R_3 = 4 \Omega$, conforme a figura. Qual a ddp no resistor de resistência R_3 ?



Solução:

A resistência externa do circuito vale:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow R = 2 + 2 + 4 \Rightarrow R = 8 \Omega$$

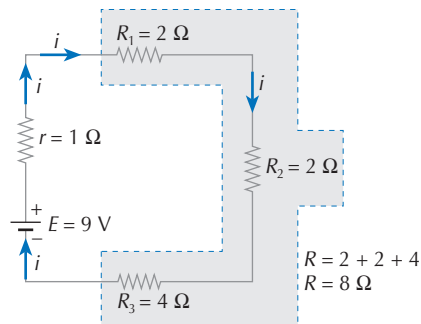
A lei de Pouillet fornece:

$$i = \frac{E}{R + r} \Rightarrow i = \frac{9}{8 + 1} \Rightarrow i = 1 \text{ A}$$

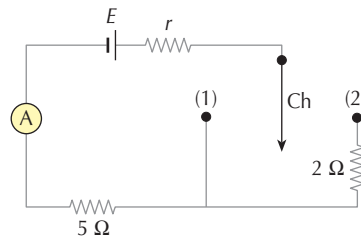
Pela lei de Ohm:

$$U_3 = R_3 \cdot i \Rightarrow U_3 = 4 \cdot 1 \Rightarrow U_3 = 4 \text{ V}$$

Resposta: 4 V



R. 86 No circuito da figura, com a chave Ch na posição (1), o amperímetro ideal (A) indica 0,75 A. Passada a chave Ch para a posição (2), o amperímetro passa a indicar 0,60 A. Determine a fem E e a resistência interna r da bateria.



Solução:

Com a chave Ch na posição (1), conforme figura I, a resistência externa do circuito vale $R_1 = 5 \Omega$.

Sendo $i_1 = 0,75 \text{ A}$, pela lei de Pouillet:

$$i_1 = \frac{E}{R_1 + r} \Rightarrow 0,75 = \frac{E}{5 + r} \Rightarrow E = 0,75 \cdot (5 + r) \quad \textcircled{1}$$

Na posição (2), conforme figura II, tem-se $i_2 = 0,60 \text{ A}$

e $R_2 = 7 \Omega$ e, como $i_2 = \frac{E}{R_2 + r}$, vem:

$$0,60 = \frac{E}{7 + r} \Rightarrow E = 0,60 (7 + r) \quad \textcircled{2}$$

Igualando $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$, temos:

$$0,75 \cdot (5 + r) = 0,60 \cdot (7 + r) \Rightarrow r = 3 \Omega$$

Substituindo esse valor em $\textcircled{1}$, obtemos: $E = 6 \text{ V}$

Resposta: 6 V e 3 Ω

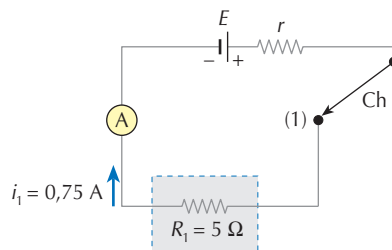


Figura I.

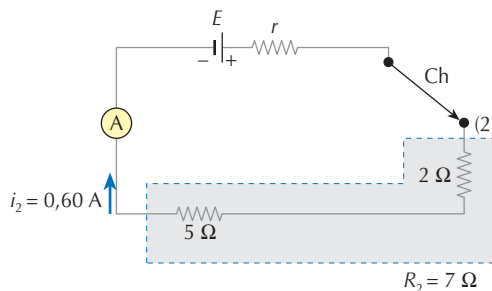
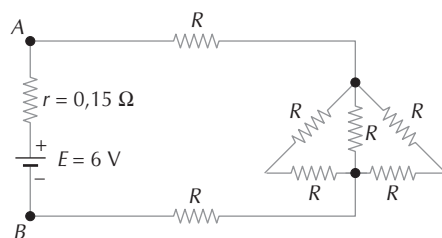


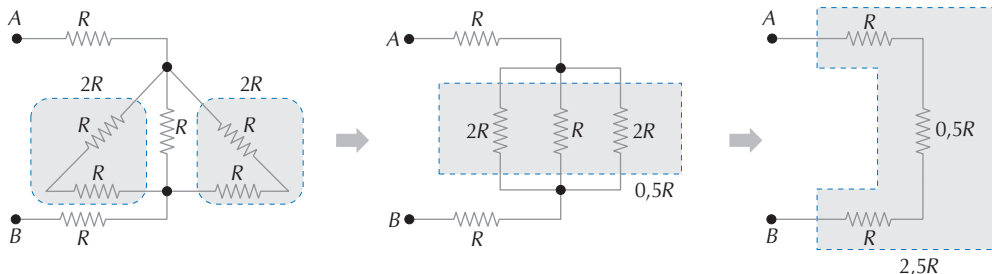
Figura II.

R. 87 No circuito abaixo, a potência dissipada na resistência interna do gerador é 15 W. Calcule o valor da resistência elétrica R.

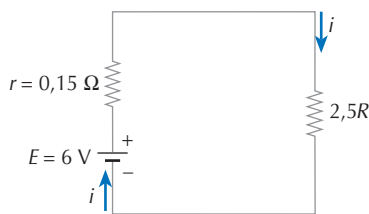


Solução:

Resolvendo a associação de resistores entre A e B, determinamos a resistência equivalente externa do circuito.



O novo esquema do circuito está representado abaixo.



Como a potência dissipada na resistência interna do gerador é $Pot_d = 15 \text{ W}$, temos:

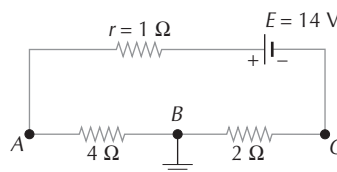
$$Pot_d = r \cdot i^2 \Rightarrow 15 = 0,15 \cdot i^2 \Rightarrow i^2 = 100 \Rightarrow i = 10 \text{ A}$$

Pela lei de Pouillet:

$$i = \frac{E}{R_{\text{ext}} + r} \Rightarrow 10 = \frac{6}{2,5R + 0,15} \Rightarrow 25R + 1,5 = 6 \Rightarrow 25R = 4,5 \Rightarrow \boxed{R = 0,18 \Omega}$$

Resposta: 0,18 Ω

R. 88 O ponto B do circuito está ligado à terra ($V_B = 0$). Determine os potenciais elétricos dos pontos A e C.



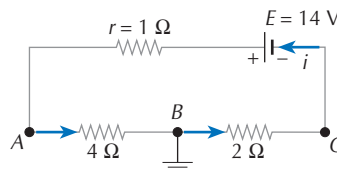
Solução:

A resistência externa do circuito será:

$$R = R_{AB} + R_{BC} = 6 \Omega$$

Segundo a lei de Pouillet:

$$i = \frac{E}{R + r} = \frac{14}{6 + 1} = \frac{14}{7} \Rightarrow i = 2 \text{ A}$$

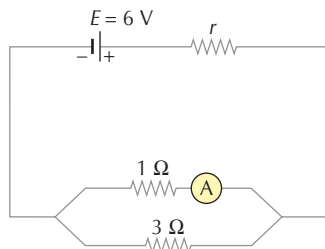


Pela lei de Ohm:

$$\begin{cases} V_A - V_B = R_{AB} \cdot i \Rightarrow V_A - 0 = 4 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{V_A = 8 \text{ V}} \\ V_B - V_C = R_{BC} \cdot i \Rightarrow 0 - V_C = 2 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{V_C = -4 \text{ V}} \end{cases}$$

Resposta: $V_A = 8 \text{ V}$ e $V_C = -4 \text{ V}$

R. 89 A indicação do amperímetro ideal do circuito da figura é 5 A. Calcule a resistência interna r do gerador.



Solução:

Sendo $i_1 = 5$ A no resistor $R_1 = 1 \Omega$, pela lei de Ohm:

$$U_{MN} = R_1 \cdot i_1 \Rightarrow U_{MN} = 1 \cdot 5 \Rightarrow U_{MN} = 5 \text{ V}$$

Como o resistor $R_2 = 3 \Omega$ está associado em paralelo com R_1 , temos:

$$i_2 = \frac{U_{MN}}{R_2} = \frac{5}{3} \Rightarrow i_2 = \frac{5}{3} \text{ A}$$

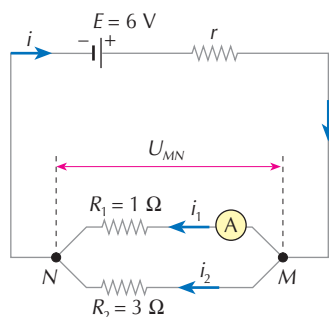
No nó N:

$$i = i_1 + i_2 \Rightarrow i = 5 + \frac{5}{3} \Rightarrow i = \frac{20}{3} \text{ A}$$

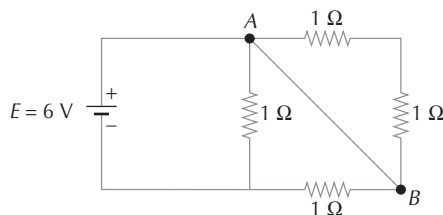
Pela equação do gerador, vem:

$$U_{MN} = E - r \cdot i \Rightarrow 5 = 6 - r \cdot \frac{20}{3} \Rightarrow \frac{20}{3} \cdot r = 1 \Rightarrow r = \frac{3}{20} \Rightarrow r = 0,15 \Omega$$

Resposta: 0,15 Ω

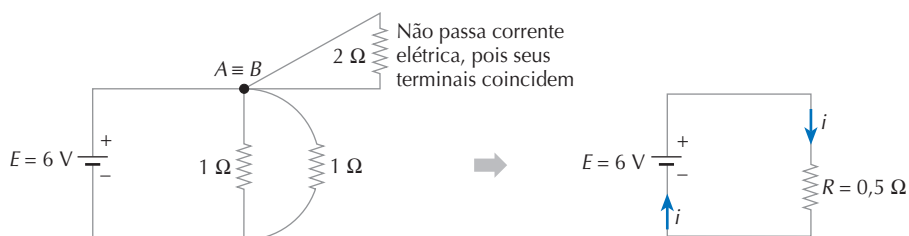


R. 90 No circuito, a bateria tem fem $E = 6$ V e resistência interna desprezível. Calcule a intensidade de corrente elétrica que passa pelo fio AB de resistência nula.



Solução:

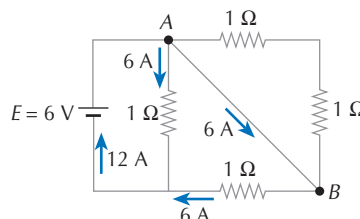
Modificamos o esquema do circuito, coincidindo A e B, pois esses pontos estão ligados por um fio de resistência nula.



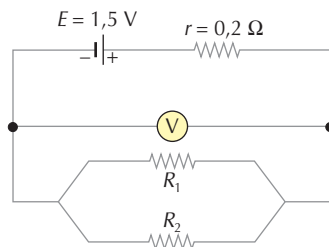
Sendo $i = \frac{E}{R} = \frac{6}{0,5}$, vem $i = 12$ A.

Em cada resistor de 1Ω passará corrente elétrica de intensidade 6 A, que será também a intensidade da corrente elétrica no fio AB.

Resposta: 6 A

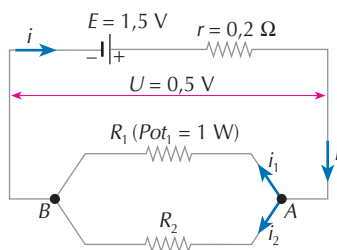


- R. 91** Liga-se o gerador de fem $E = 1,5 \text{ V}$ e resistência interna $r = 0,2 \Omega$ à associação de resistores em paralelo da figura. A indicação do voltímetro V (ideal) é $0,5 \text{ volt}$ e a potência dissipada em R_1 é 1 W . Calcule os valores de R_1 e R_2 .



Solução:

No esquema abaixo, colocamos os dados do exercício.



No gerador:

$$U = E - r \cdot i \Rightarrow 0,5 = 1,5 - 0,2 \cdot i \Rightarrow 0,2 \cdot i = 1 \Rightarrow i = 5 \text{ A}$$

$$\text{No resistor } R_1: \text{Pot}_1 = U \cdot i_1 \Rightarrow 1 = 0,5 \cdot i_1 \Rightarrow i_1 = 2 \text{ A}$$

$$\text{No nó A: } i = i_1 + i_2 \Rightarrow 5 = 2 + i_2 \Rightarrow i_2 = 3 \text{ A}$$

Estando R_1 e R_2 em paralelo, a ddp U nos dois resistores será a mesma e, pela lei de Ohm:

$$R_1 = \frac{U}{i_1} = \frac{0,5}{2} \Rightarrow R_1 = 0,25 \Omega$$

$$R_2 = \frac{U}{i_2} = \frac{0,5}{3} \Rightarrow R_2 \approx 0,17 \Omega$$

Resposta: $R_1 = 0,25 \Omega$ e $R_2 \approx 0,17 \Omega$

- R. 92** Aos circuitos representados estão ligados os voltímetros V_1 e V_2 , idênticos, com resistência elétrica 10 megaohms ($1 \text{ M}\Omega = 10^6 \Omega$). A resistência interna do gerador é desprezível. Determine as indicações de V_1 e V_2 .

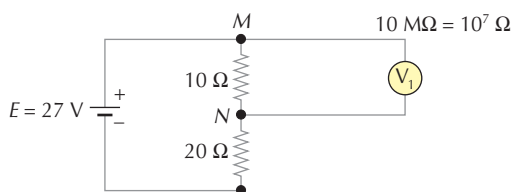


Figura I.

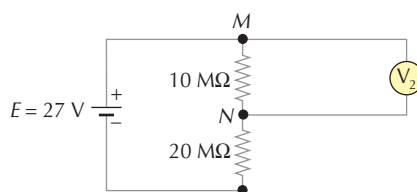


Figura II.

Solução:

No circuito da figura I, a resistência do voltímetro V_1 pode ser considerada infinita ($10^7 \Omega$ é muitas vezes maior que 10Ω) em relação às resistências do circuito. Portanto, pode-se concluir que não será percorrida por corrente elétrica. A resistência equivalente do circuito será:

$$R_1 = 10 \Omega + 20 \Omega = 30 \Omega$$

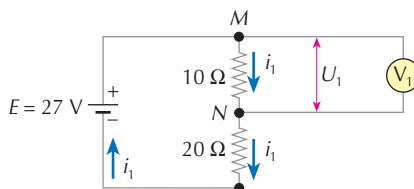
$$i_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{27}{30} \Rightarrow i_1 = 0,9 \text{ A}$$

A indicação de V_1 será:

$$U_1 = R_{MN} \cdot i_1$$

$$U_1 = 10 \cdot 0,9$$

$$U_1 = 9 \text{ V}$$



No circuito da figura II, a resistência do voltímetro V_2 é comparável à do circuito. Assim, V_2 será percorrido por corrente, pois entre M e N as duas resistências são iguais. A resistência equivalente do circuito será:

$$R_2 = 5 + 20 \Rightarrow R_2 = 25 \text{ M}\Omega \Rightarrow R_2 = 25 \cdot 10^6 \Omega$$

$$i_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{27 \text{ V}}{25 \text{ M}\Omega} = \frac{27 \text{ V}}{25 \cdot 10^6 \Omega} = \frac{27}{25} \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{27}{25} \mu\text{A}$$

A indicação de V_2 será:

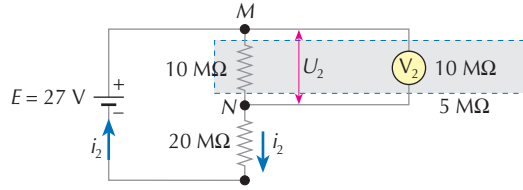
$$U_2 = R'_{MN} \cdot i_2$$

$$U_2 = 5 \text{ M}\Omega \cdot \frac{27}{25} \mu\text{A}$$

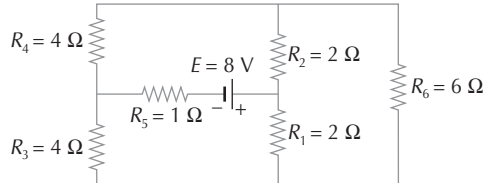
$$U_2 = 5 \cdot 10^6 \Omega \cdot \frac{27}{25} \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

$$U_2 = 5,4 \text{ V}$$

Resposta: $U_1 = 9 \text{ V}$ e $U_2 = 5,4 \text{ V}$



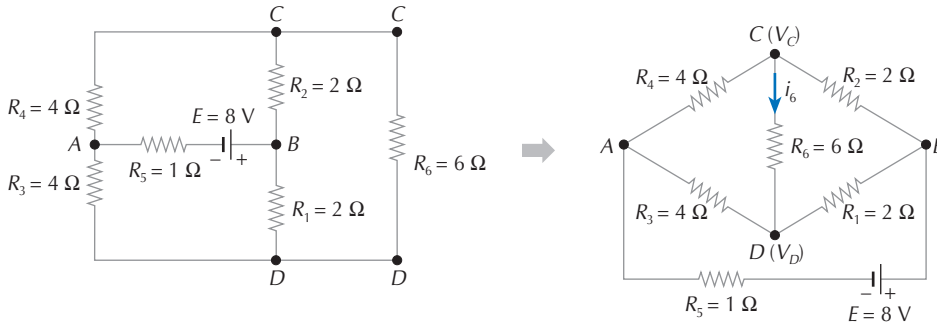
R. 93 No circuito da figura abaixo, calcule:



- a) a ddp no resistor de resistência R_6 ; b) a potência dissipada em cada um dos resistores.

Solução:

a) O circuito dado é uma ponte de Wheatstone:



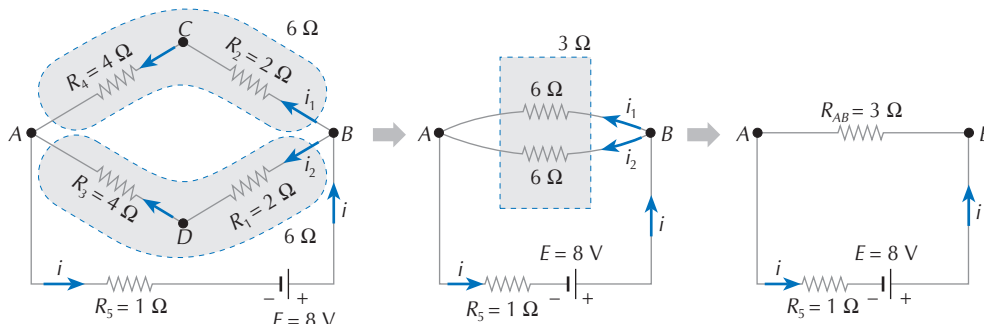
Os produtos das resistências opostas são iguais: $R_1 R_4 = R_2 R_3$ ($2 \cdot 4 = 2 \cdot 4$)

Disso decorre:

$$V_C = V_D \Rightarrow V_C - V_D = 0 \Rightarrow U_{CD} = 0$$

Portanto, não passa corrente no resistor $R_6 = 6 \Omega$, ou seja, $i_6 = 0$.

b) O resistor de resistência R_6 pode, então, ser retirado do esquema do circuito, e assim obtemos:



Pela lei de Pouillet:

$$i = \frac{E}{R_{AB} + R_5} \Rightarrow i = \frac{8}{4} \Rightarrow i = 2 \text{ A}$$

Sendo $i_1 = i_2 = \frac{i}{2}$, vem:

$$i_1 = i_2 = 1 \text{ A}$$

Assim, temos as seguintes potências dissipadas nos resistores:

$$\text{Pot}_1 = R_1 \cdot i_2^2 = (2) \cdot (1)^2 \Rightarrow \text{Pot}_1 = 2 \text{ W}$$

$$\text{Pot}_2 = R_2 \cdot i_1^2 = (2) \cdot (1)^2 \Rightarrow \text{Pot}_2 = 2 \text{ W}$$

$$\text{Pot}_3 = R_3 \cdot i_2^2 = (4) \cdot (1)^2 \Rightarrow \text{Pot}_3 = 4 \text{ W}$$

$$\text{Pot}_4 = R_4 \cdot i_1^2 = (4) \cdot (1)^2 \Rightarrow \text{Pot}_4 = 4 \text{ W}$$

$$\text{Pot}_5 = R_5 \cdot i^2 = (1) \cdot (2)^2 \Rightarrow \text{Pot}_5 = 4 \text{ W}$$

$$\text{Pot}_6 = R_6 \cdot i_6^2 = (6) \cdot (0)^2 \Rightarrow \text{Pot}_6 = 0 \text{ W}$$

Resposta: a) zero; b) 2 W; 2 W; 4 W; 4 W; 4 W; 0 W

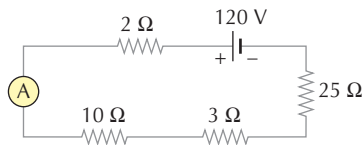
Entre na rede Nos endereços eletrônicos <http://br.geocities.com/saladefisica3/laboratorio/serie/serie.htm> e <http://br.geocities.com/saladefisica3/laboratorio/paralelo/paralelo.htm> (acesso em julho/2009), você pode simular as leituras de um amperímetro e de um voltímetro em circuitos com resistores ligados em série e em paralelo, respectivamente.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 200 Uma bateria de fem 6 V e de resistência interna 2 Ω é ligada a um resistor de 10 Ω .

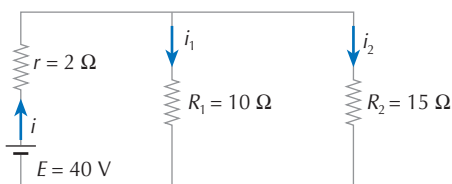
- Calcule a corrente elétrica que se estabelece no circuito.
- Determine a energia elétrica transformada em térmica no resistor em 1 minuto.

P. 201 Dado o circuito da figura, determine a indicação do amperímetro ideal A.

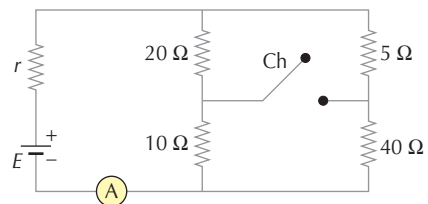


P. 202 Para o circuito da figura, calcule:

- as intensidades das correntes elétricas i , i_1 e i_2 ;
- a potência elétrica dissipada no circuito externo.

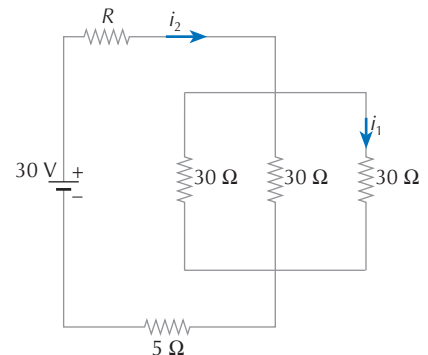


P. 203 Com a chave Ch aberta, o amperímetro ideal (A) do circuito indica 0,75 A. Fechando Ch, a indicação do amperímetro passa a ser 1 A. Calcule a fem E e a resistência interna r do gerador.



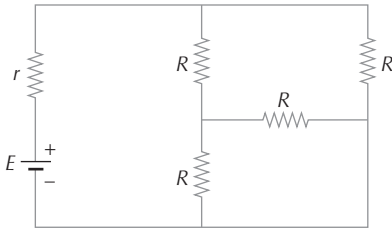
P. 204 (FEI-SP) No circuito da figura, calcule:

- o valor da resistência R para que a corrente i_2 seja 2 A;
- a corrente i_1 .

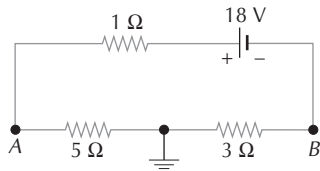


P. 205 (EEM-SP) Um gerador de fem $E = 1,5\text{ V}$ e resistência interna $r = 0,50\ \Omega$ é ligado a uma associação de três resistores iguais, de resistência $R = 2,4\ \Omega$ cada um. Calcule a potência fornecida pelo gerador aos resistores quando a associação deles é:
 a) em série; b) em paralelo.

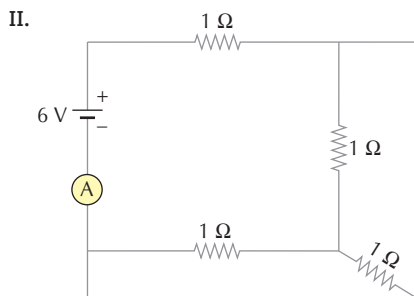
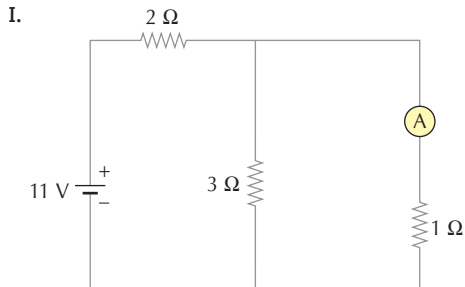
P. 206 No circuito da figura, o gerador tem fem $E = 1,4\text{ V}$ e resistência interna $r = 2\ \Omega$, e todos os resistores $R = 20\ \Omega$. Calcule a potência elétrica total dissipada por efeito Joule.



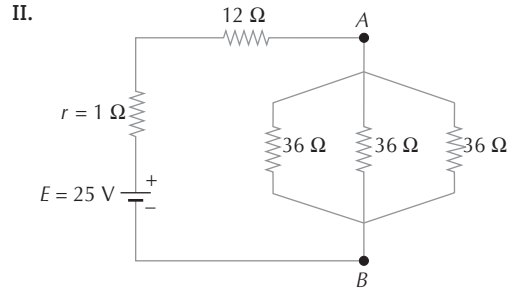
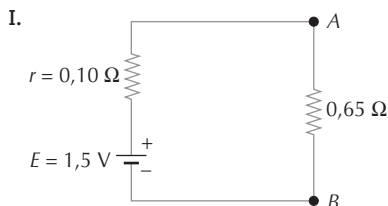
P. 207 Dado o circuito da figura, determine os potenciais elétricos dos pontos A e B.



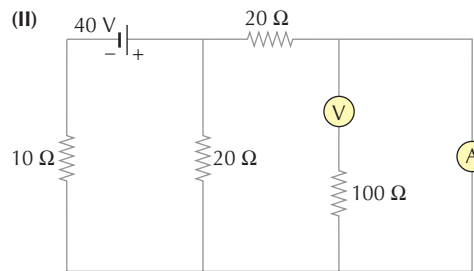
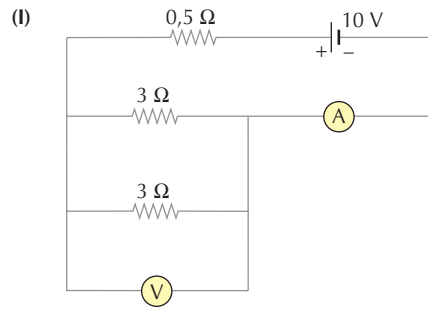
P. 208 Nos circuitos I e II representados, os geradores têm resistências internas desprezíveis. Calcule as indicações do amperímetro ideal A.



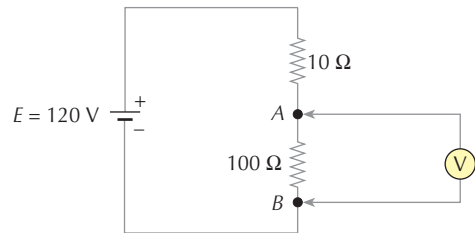
P. 209 Nos circuitos a seguir, um voltímetro ideal é ligado aos pontos A e B. Determine as suas indicações.



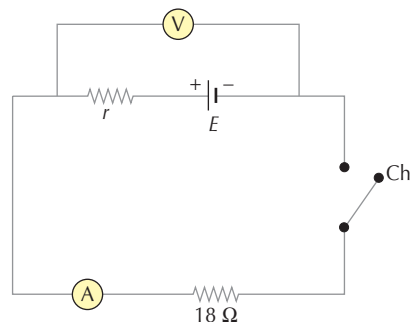
P. 210 Os aparelhos de medida A e V dos circuitos abaixo são ideais. Calcule suas leituras.



P. 211 No circuito abaixo mede-se a ddp entre os pontos A e B com um voltímetro (V) de resistência interna $100\ \Omega$. Determine a leitura registrada no voltímetro.

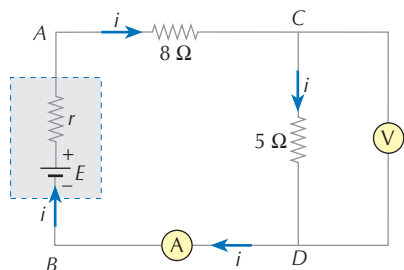


P. 212 (UFC-CE) Quando o circuito visto na figura está aberto, o voltímetro V indica 2 volts. Fechada a chave Ch, a leitura do amperímetro A é $0,1\text{ ampère}$. Calcule, em ohms, a resistência interna da bateria, admitindo que os instrumentos sejam ideais.



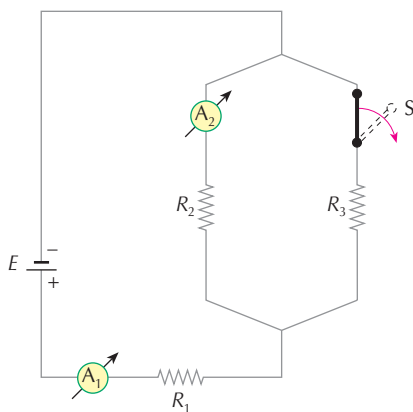
P. 213 Na figura, AB representa um gerador de resistência interna $r = 2 \Omega$. O amperímetro (A) e o voltmímetro (V) são instrumentos considerados ideais. O voltmímetro marca 30 V. Pede-se:

- a intensidade da corrente elétrica marcada pelo amperímetro;
- a corrente de curto-circuito do gerador.



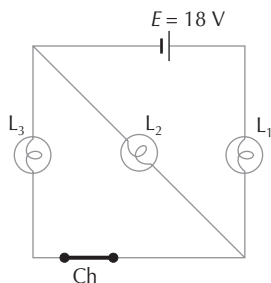
P. 214 (Fuvest-SP) No circuito da figura, cada um dos três resistores tem 50 ohms.

- Com a chave S fechada, o amperímetro A_2 indica uma intensidade de corrente $i_2 = 0,5$ A. Qual a indicação do amperímetro A_1 ?
- Calcule e compare as indicações de A_1 e A_2 quando a chave S está aberta. Explique.

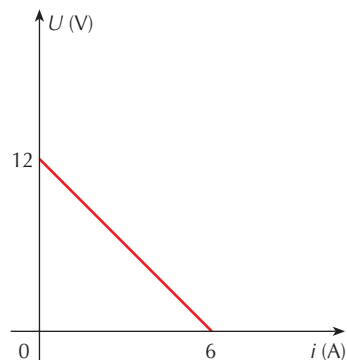


P. 215 (Fuvest-SP) No circuito, as lâmpadas L_1 , L_2 e L_3 são idênticas, com resistências de 30Ω cada. A força eletromotriz do gerador ideal vale 18 V e Ch é uma chave inicialmente fechada.

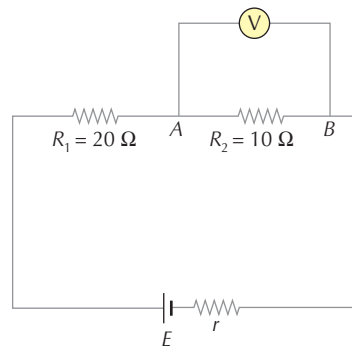
- Qual a corrente que passa por L_2 ?
- Abrindo a chave Ch , o que acontece com o brilho da lâmpada L_1 ? Justifique.



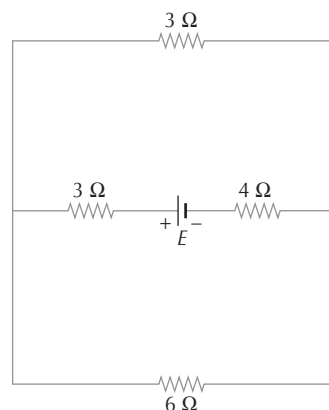
P. 216 O gráfico representa a curva característica de um gerador. Liga-se aos seus terminais um resistor de 6Ω . Determine a potência dissipada no resistor.



P. 217 No circuito, as resistências R_1 e R_2 valem, respectivamente, 20Ω e 10Ω . Determine o valor, em watts, da potência dissipada pela bateria de força eletromotriz $E = 32$ V, se um voltmímetro ideal (V), quando ligado entre os pontos A e B, acusa uma leitura de 10 volts.



P. 218 (ITA-SP) Dado o circuito da figura, determine a máxima fem E da pilha para que a potência dissipada em qualquer das resistências não ultrapasse 4 W.



Objetivos

- ▶ Analisar a associação de geradores em série.
 - ▶ Compreender como obter a força eletromotriz e a resistência interna do gerador equivalente em uma associação em série.
- ▶ Analisar a associação de geradores em paralelo.
 - ▶ Compreender como obter a força eletromotriz e a resistência interna do gerador equivalente em uma associação em paralelo.

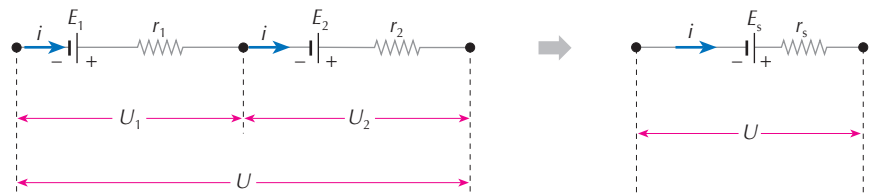
Os geradores podem ser associados, assim como os resistores, em **série** e em **paralelo**.

Gerador equivalente à associação é aquele que, percorrido pela corrente elétrica da associação, mantém entre seus terminais uma ddp igual àquela mantida pela associação.

1 Associação em série

Na **associação em série**, o polo positivo de cada gerador é ligado ao polo negativo do seguinte, de modo que **todos os geradores são percorridos pela mesma corrente elétrica**.

Na **figura 9**, representam-se dois geradores de fems E_1 e E_2 e resistências internas r_1 e r_2 associados em série. O gerador equivalente tem fem E_s e resistência interna r_s .



▲ **Figura 9.** Associação de geradores em série.

Nos geradores associados em série temos:

$$U_1 = E_1 - r_1 \cdot i \quad \text{e} \quad U_2 = E_2 - r_2 \cdot i$$

Assim:

$$U_1 + U_2 = E_1 + E_2 - (r_1 + r_2) \cdot i \Rightarrow U = E_1 + E_2 - (r_1 + r_2) \cdot i \quad \textcircled{1}$$

No gerador equivalente temos:

$$U = E_s - r_s \cdot i \quad \textcircled{2}$$

Sabendo que ① e ② devem ser iguais para qualquer valor de i , obtemos:

$r_s = r_1 + r_2$

e

$E_s = E_1 + E_2$

Essas fórmulas podem ser aplicadas a um número qualquer de geradores. Em particular, para n geradores iguais, cada um com fem E e resistência interna r , temos:

$r_s = nr$

e

$E_s = nE$

Podemos observar que nessa associação há um aumento da força eletromotriz, mas, por outro lado, há também um aumento da resistência interna, o que não é interessante, pois há maior dissipação de energia elétrica na associação.

2 Associação em paralelo

Na **associação em paralelo**, os polos positivos dos geradores são ligados entre si, assim como os polos negativos.

Vamos analisar o caso em que os geradores são iguais, isto é, têm mesma fem e mesma resistência interna. No exercício **R. 105**, veremos a razão **de não analisarmos a associação em paralelo de geradores de forças eletromotrizes diferentes**.

Consideremos, então, n geradores iguais de fem E e resistência interna r . Associemos os geradores em paralelo, ligando os polos positivos entre si e também os polos negativos (fig. 10).

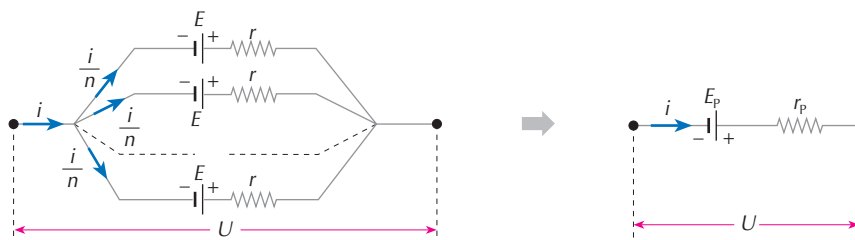


Figura 10. Associação de geradores em paralelo.

Todos os geradores mantêm a **mesma ddp** U , sendo que a **corrente elétrica** i se “**distribui**” igualmente entre eles, isto é, em cada gerador associado, a intensidade de corrente será $\frac{i}{n}$. A partir da equação do gerador obtemos, em cada um:

$$U = E - r \cdot \left(\frac{i}{n}\right) = E - \left(\frac{r}{n}\right) \cdot i$$

e no gerador equivalente: $U = E_p - r_p \cdot i$

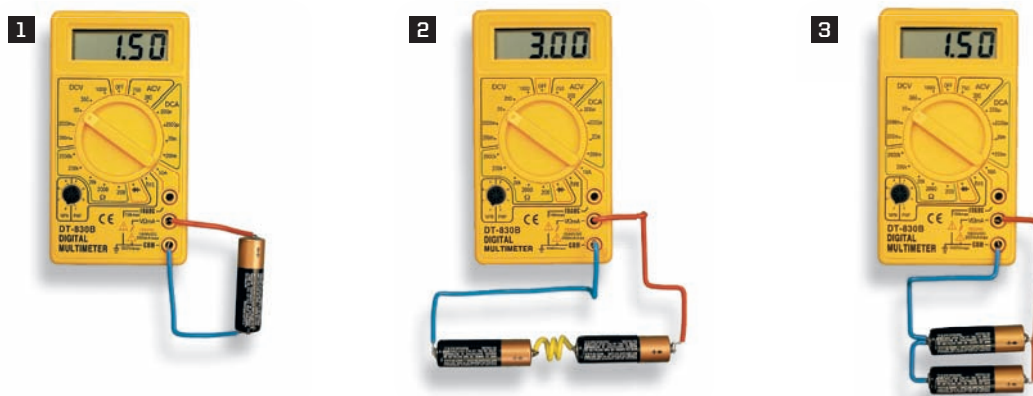
Portanto, comparando as duas expressões de U , obtemos:

$$r_p = \frac{r}{n}$$

e

$$E_p = E$$

Podemos observar que nessa associação se consegue uma diminuição da resistência interna e cada gerador só é percorrido pela enésima parte da corrente elétrica que atravessa a associação. Contudo, a fem equivalente da associação permanece igual à fem de qualquer um dos geradores associados.



Medidas da força eletromotriz: ① de uma pilha em circuito aberto; ② de uma associação de duas pilhas idênticas em série; ③ de uma associação de duas pilhas idênticas em paralelo.



Numa lanterna comum, as pilhas são associadas em série.

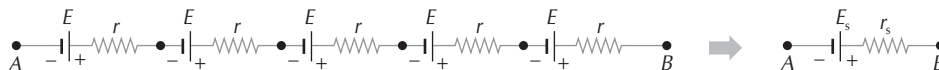
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- R. 94** Uma associação de 5 baterias iguais, em série, fornece a um resistor de 10Ω uma corrente de 5 A , ou a um resistor de 28Ω uma corrente de 2 A . Calcule a fem E e a resistência interna r de cada bateria.

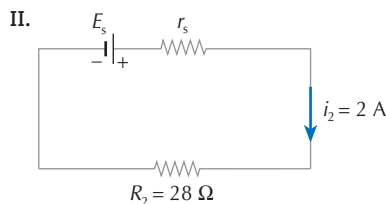
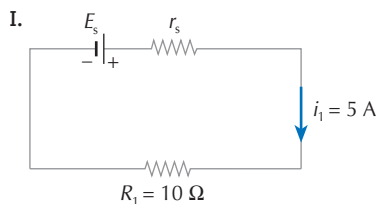
Solução:

Seja E a fem e r a resistência interna de cada bateria. A associação em série dessas 5 baterias vale:

$$E_s = 5E \quad \text{e} \quad r_s = 5r$$



Teremos os seguintes circuitos:



No circuito I, pela lei de Pouillet:

$$i_1 = \frac{E_s}{R_1 + r_s} \Rightarrow 5 = \frac{5E}{10 + 5r} \Rightarrow 5E = 50 + 25r \quad \text{①}$$

No circuito II, a lei de Pouillet fornece:

$$i_2 = \frac{E_s}{R_2 + r_s} \Rightarrow 2 = \frac{5E}{28 + 5r} \Rightarrow 5E = 56 + 10r \quad \text{②}$$

Igualando ① e ②, vem:

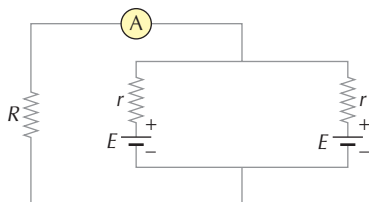
$$50 + 25r = 56 + 10r \Rightarrow 15r = 6 \Rightarrow r = 0,4 \Omega$$

De ①, temos:

$$5E = 50 + 25 \cdot 0,4 \Rightarrow 5E = 60 \Rightarrow E = 12 \text{ V}$$

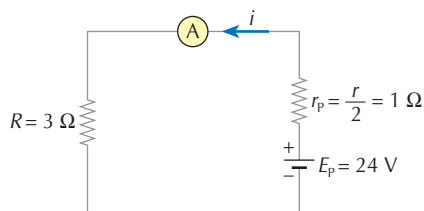
Resposta: 12 V ; $0,4 \Omega$

- R. 95** Dois geradores iguais, cada um com fem $E = 24 \text{ V}$ e resistência interna $r = 2 \Omega$, são associados como indica a figura abaixo. A resistência R vale 3Ω . Determine a indicação do amperímetro (A) ideal.



Solução:

Determinando o gerador equivalente da associação em paralelo, o esquema do circuito será:



Assim:

$$i = \frac{E_p}{R + r_p} = \frac{24}{3 + 1} \Rightarrow i = 6 \text{ A}$$

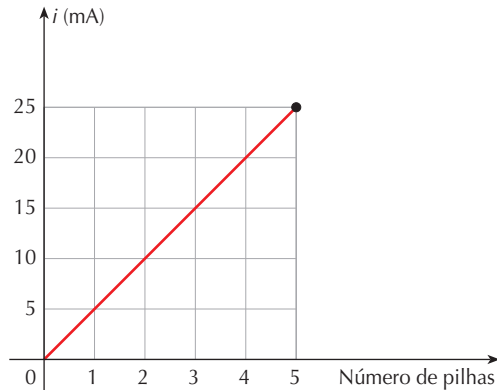
Resposta: 6 A

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 219 Um rádio utiliza 4 pilhas de fem $1,5\text{ V}$ e resistência interna $0,2\ \Omega$ cada uma. Considerando-se que as pilhas estão associadas em série, determine a fem e a resistência interna equivalentes.

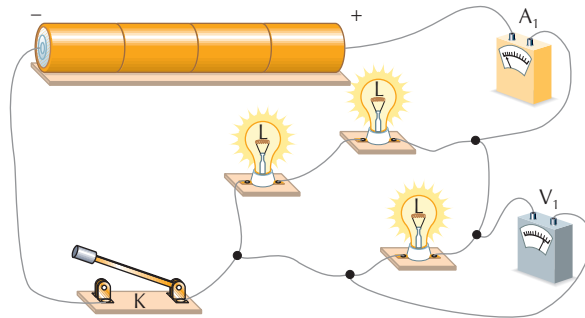
P. 220 Tem-se uma associação de três baterias iguais, cada uma de 12 V e resistência interna $1,2\ \Omega$, em paralelo. Calcule a fem e a resistência interna equivalentes.

P. 221 (Vunesp) O gráfico representa a intensidade da corrente i que atravessa um resistor de resistência R quando alimentado por pilhas ligadas em série. Se a fem de cada pilha (com resistência interna desprezível) é $1,5\text{ V}$, qual o valor da resistência R ?



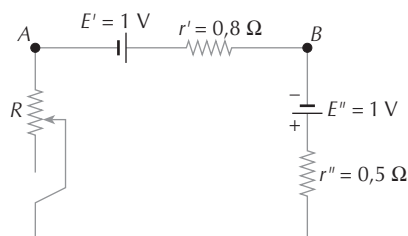
P. 222 (PUC-SP) No circuito representado, as lâmpadas L são ôhmicas na faixa de tensão em que são utilizadas e têm a inscrição $6\text{ V} - 12\text{ W}$. As pilhas têm fem de $1,5\text{ V}$ e resistência interna desprezível, e os medidores são ideais.

- Faça um esquema do circuito.
- Determine as leituras do amperímetro A_1 e do voltímetro V_1 , após a ligação da chave K (despreze fenômenos transitórios).



P. 223 Cinco geradores, cada um de fem $4,5\text{ V}$ e corrente de curto-circuito igual a $0,5\text{ A}$, são associados em paralelo. Determine a fem e a resistência interna do gerador equivalente.

P. 224 (Univap-SP) Dado o circuito da figura a seguir, determine o valor da resistência R do reostato, que anula a ddp entre os pontos A e B .



Estudo gráfico da potência elétrica lançada por um gerador em um circuito

Objetivos

- ▶ Analisar o gráfico da potência lançada pelo gerador em função da intensidade de corrente elétrica.
- ▶ Conhecer a intensidade de corrente e a ddp nos terminais do gerador, em condições de potência máxima lançada.
- ▶ Relacionar a potência máxima lançada por um gerador com sua fem e com sua resistência interna.

Consideremos um gerador, de constantes (E, r) , que está fornecendo energia a um aparelho elétrico qualquer (fig. 11). A potência elétrica lançada pelo gerador é $Pot_{\ell} = U \cdot i$, e, de acordo com a equação do gerador $U = E - r \cdot i$, obtemos:

$$Pot_{\ell} = E \cdot i - r \cdot i^2$$

que é uma equação do 2º grau.

O gráfico de $Pot_{\ell} = f(i)$ é uma parábola cuja concavidade está voltada para baixo (fig. 12). Essa parábola encontra o eixo das abscissas quando $Pot_{\ell} = 0$. Impondo-se essa condição, obtemos os dois valores da corrente elétrica, para os quais o gerador não lança potência ao circuito externo:

$$\begin{aligned} Pot_{\ell} = 0 &\Rightarrow E \cdot i - r \cdot i^2 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow i \cdot (E - r \cdot i) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow i = 0 \text{ ou } E - r \cdot i = 0 \end{aligned}$$

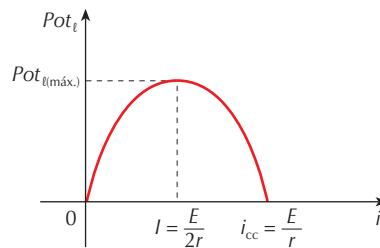


Figura 12. Gráfico da potência lançada pelo gerador em função da intensidade de corrente.

A situação $i = 0$ corresponde fisicamente ao gerador em circuito aberto.

Para $E - r \cdot i = 0$, temos $i = \frac{E}{r} = i_{cc}$, que corresponde ao gerador em curto-circuito.

Indicando por I o valor da intensidade de corrente elétrica que torna máxima a potência elétrica lançada, devido à simetria do gráfico, podemos concluir:

$$I = \frac{i_{cc}}{2} = \frac{E}{2r}$$

Isso significa que:

Um gerador lança a potência elétrica máxima quando é percorrido por metade da corrente de curto-circuito.

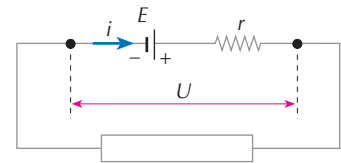


Figura 11. Gerador fornecendo energia a um aparelho elétrico qualquer.

Nessas condições, a ddp $U = E - r \cdot I$, com $I = \frac{E}{2r}$, nos terminais do gerador, é:

$$U = E - r \cdot \frac{E}{2r} = E - \frac{E}{2} \Rightarrow U = \frac{E}{2}$$

Podemos concluir então que:

Quando um gerador lança a potência elétrica máxima, a ddp, nos seus terminais, é igual à metade de sua fem.

A potência elétrica máxima que o gerador lança vale:

$$Pot_{\ell(\text{máx.})} = U \cdot i = \frac{E}{2} \cdot \frac{E}{2r} \Rightarrow Pot_{\ell(\text{máx.})} = \frac{E^2}{4r}$$

sendo, portanto, uma constante do gerador.

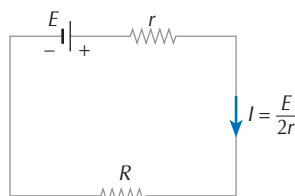
O rendimento elétrico do gerador, quando lança a potência máxima, é igual a:

$$\eta = \frac{U}{E} = \frac{\frac{E}{2}}{E} = \frac{1}{2} = 0,5 \Rightarrow \eta = 50\%$$

Se o aparelho ligado aos terminais do gerador for um resistor de resistência R (fig. 13), pela lei de Pouillet, obtemos:

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{E}{2r} \Rightarrow R + r = 2r \Rightarrow R = r$$

Assim, dado um circuito formado apenas por um gerador e um resistor, o gerador lança potência elétrica máxima quando a resistência externa do circuito é igual à resistência interna do gerador.



◀ **Figura 13.** Neste circuito, o gerador lança a potência máxima quando $R = r$.

Observe que existem quatro constantes para o gerador: E , r , i_{cc} e $Pot_{\ell(\text{máx.})}$

Entretanto, um gerador pode ser apresentado por apenas duas dessas constantes, pois, mediante as equações $I_{cc} = \frac{E}{r}$ e $Pot_{\ell(\text{máx.})} = \frac{E^2}{4r}$, poderemos obter as outras duas.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 96 Um gerador de fem $E = 100\text{ V}$ e resistência interna $r = 1\ \Omega$ deve fornecer energia $2,5 \cdot 10^4\text{ J}$. Calcule o tempo mínimo necessário.

Solução:

De $Pot_{\ell} = \frac{E_{el.}}{\Delta t}$, sendo a energia fornecida $E_{el.} = 2,5 \cdot 10^4\text{ J}$ constante, resulta que para Δt mínimo deve-se ter Pot_{ℓ} máximo. No gerador de $E = 100\text{ V}$ e $r = 1\ \Omega$, a potência lançada máxima é:

$$Pot_{\ell(\text{máx.})} = \frac{E^2}{4r} \Rightarrow Pot_{\ell(\text{máx.})} = \frac{(100)^2}{4 \cdot 1} \Rightarrow Pot_{\ell(\text{máx.})} = 2,5 \cdot 10^3\text{ W}$$

Então:

$$Pot_{\ell(\text{máx.})} = \frac{E_{el.}}{\Delta t_{\text{mín.}}} \Rightarrow \Delta t_{\text{mín.}} = \frac{E_{el.}}{Pot_{\ell(\text{máx.})}} \Rightarrow \Delta t_{\text{mín.}} = \frac{2,5 \cdot 10^4}{2,5 \cdot 10^3} \Rightarrow \Delta t_{\text{mín.}} = 10\text{ s}$$

Resposta: 10 s

R. 97 Tem-se um gerador de potência máxima igual a 100 W e corrente de curto-circuito 10 A. Calcule sua fem E e sua resistência interna r .

Solução:

Para esse gerador, temos $Pot_{\ell(\text{máx.})} = 100\text{ W}$ e $i_{cc} = 10\text{ A}$. Como $i_{cc} = \frac{E}{r}$ e $Pot_{\ell(\text{máx.})} = \frac{E^2}{4r}$, tem-se:

$$\frac{Pot_{\ell(\text{máx.})}}{i_{cc}} = \frac{\frac{E^2}{4r}}{\frac{E}{r}} \Rightarrow \frac{Pot_{\ell(\text{máx.})}}{i_{cc}} = \frac{E}{4} \Rightarrow \frac{100}{10} = \frac{E}{4} \Rightarrow E = 40\text{ V}$$

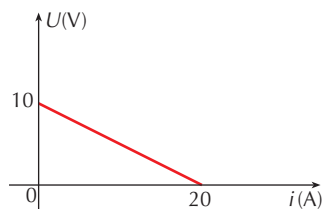
$$\text{De } i_{cc} = \frac{E}{r}, \text{ vem: } r = \frac{E}{i_{cc}} = \frac{40}{10} \Rightarrow r = 4\ \Omega$$

Resposta: 40 V e 4 Ω

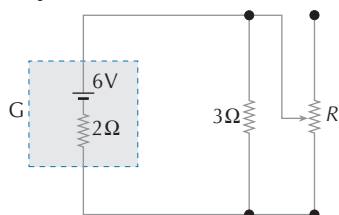
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 225 No gráfico a seguir, representa-se a curva característica de um gerador. Determine:

- a fem e a resistência interna desse gerador;
- a potência máxima que ele pode lançar em um circuito.



P. 226 No circuito esquematizado, o reostato tem sua resistência elétrica R variando de 0 a 12 Ω . Qual o valor de R para que o gerador G forneça a máxima potência? Qual a intensidade da corrente elétrica no gerador nessa situação?



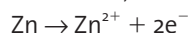
As pilhas secas

As pilhas de zinco-carvão, denominadas pilhas de Leclanché, as pilhas alcalinas, as pilhas de mercúrio e as pilhas de níquel-cádmio constituem os principais tipos de pilhas secas. Todas elas possuem dois componentes metálicos, o **cátodo**, que é o polo positivo da pilha, o **ânodo**, que constitui o polo negativo, e uma substância úmida, o **eletrólito**.

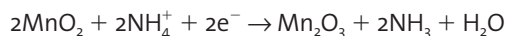
• Pilhas de zinco-carvão ou pilhas de Leclanché

Este tipo de pilha, inventada pelo químico francês George Leclanché, em 1865, apresenta um invólucro de zinco que constitui o ânodo e um pequeno cilindro de carvão, o cátodo. Em torno do cilindro de carvão existe uma mistura de dióxido de manganês (MnO_2) e carvão em pó, que constitui na realidade o cátodo. O eletrólito é uma mistura formada de cloreto de amônio (NH_4Cl), cloreto de zinco ($ZnCl_2$) e água. Essa mistura é pastosa; daí o nome de pilha seca, em oposição àquelas que contêm um eletrólito líquido, como é o caso do ácido sulfúrico existente nas baterias de chumbo.

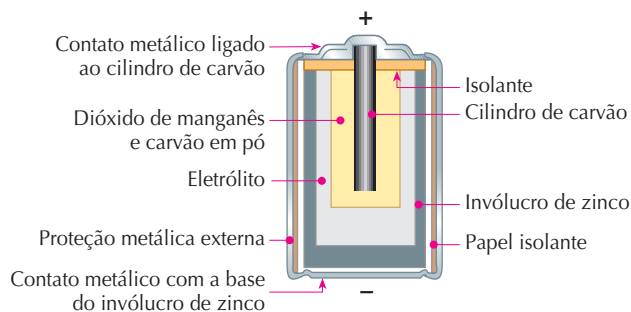
Ao ligarmos a pilha a elementos de um circuito elétrico, tem-se no ânodo a reação química:



Os elétrons liberados no ânodo atravessam o circuito elétrico externo à pilha e atingem o cátodo, onde ocorre a reação química:



A pilha estará totalmente descarregada quando todo o dióxido de manganês for consumido. As pilhas de Leclanché são utilizadas em lanternas, *flashes* eletrônicos de máquinas fotográficas, rádios portáteis, relógios etc.



[1] cilindro de carvão; [2] invólucro de zinco; [3] vista em corte; [4] a pilha inteira.

• Pilhas alcalinas

As pilhas alcalinas possuem o mesmo tipo de ânodo e cátodo das pilhas anteriormente descritas, diferindo apenas no eletrólito, que é uma substância alcalina — o hidróxido de potássio (KOH) — em vez do cloreto de amônio (NH_4Cl), que tem caráter ácido. Em relação às pilhas de Leclanché, as alcalinas possuem maior durabilidade, apresentam maior capacidade de armazenar energia, possuem menor resistência interna e mantêm entre seus terminais uma tensão constante por mais tempo.

• Pilhas de mercúrio

As pilhas de mercúrio possuem como ânodo o zinco e como cátodo o óxido de mercúrio (HgO). O eletrólito é constituído de hidróxido de potássio (KOH) e hidróxido de zinco ($Zn(OH)_2$). Essas pilhas apresentam grande durabilidade, boa capacidade de armazenar energia e formato reduzido. São usadas em relógios de pulso, aparelhos de surdez, calculadoras portáteis etc. São conhecidas como bateria do tipo “botão”. Devido aos efeitos nocivos ao ambiente e ao ser humano, não devem ser descartadas no lixo comum.

• Pilhas de níquel-cádmio (NiCd)

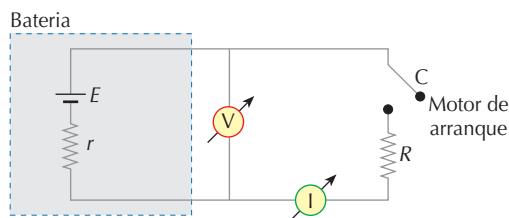
Nessas pilhas, o cádmio metálico constitui o ânodo e o óxido de níquel (NiO_2), o cátodo. O eletrólito é uma solução concentrada de hidróxido de potássio (KOH). As reações químicas que ocorrem são reversíveis, isto é, essas pilhas podem ser recarregadas. São utilizadas em vários aparelhos elétricos e eletrônicos, como telefones sem fio, câmeras digitais, telefones celulares etc. As pilhas de níquel-cádmio (NiCd) estão sendo cada vez menos usadas, principalmente porque o cádmio é um metal pesado que pode provocar problemas para o meio ambiente e o ser humano. Seu descarte não pode ser feito no lixo comum, devendo ser encaminhadas aos fabricantes ou importadores.

• Pilhas de níquel-metal-hidreto (NiMH)

As pilhas de níquel-metal-hidreto utilizam hidrogênio absorvido em uma liga, na forma de hidreto metálico (MH), como ânodo, em vez do cádmio, utilizado nas pilhas de níquel-cádmio. Atualmente, as pilhas recarregáveis mais utilizadas nos aparelhos eletroeletrônicos são as de NiMH, que além de terem maior capacidade de carga e maior tempo de vida, suportam mais recargas em comparação às de NiCd. Além disso, são menos poluentes, já que não utilizam materiais pesados, como o cádmio.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

- P. 227** (Unicamp-SP) Uma bateria de automóvel pode ser representada por uma fonte de tensão ideal E em série com uma resistência r . O motor de arranque, com resistência R , é acionado pela chave de contato C, conforme mostra a figura abaixo.



Foram feitas as seguintes medidas no voltmímetro e no amperímetro ideais:

	Chave aberta	Chave fechada
V [volts]	12	10
I [ampères]	0	100

- Calcule o valor da diferença de potencial E .
- Calcule r e R .

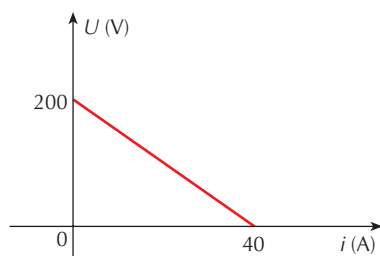
Considere que no instante em que a chave é fechada, o motor de arranque funciona como um resistor de resistência R .

- P. 228** (Vunesp) Suponha que você dispõe de uma pilha comum de 1,5 V e uma pequena lâmpada de lanterna cujas especificações são 1,5 V — 2,0 A.

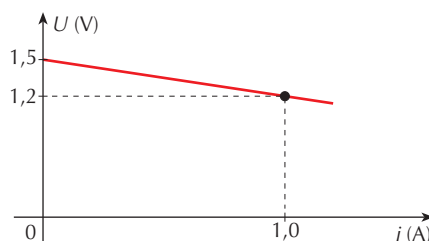
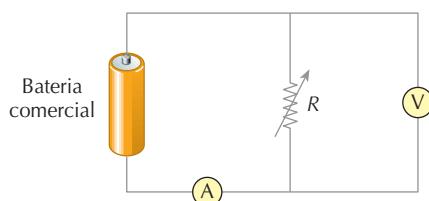
- Qual a potência que essa lâmpada deve dissipar, se for ligada diretamente aos terminais da pilha?
- Pela lei de Ohm, se ligarmos diretamente os terminais da pilha com um pequeno fio de resistência praticamente nula, a corrente que vai passar por esse fio será praticamente infinita. Isso, na prática, realmente ocorre? Justifique.

- P. 229** (UFU-MG) A curva de corrente contínua, característica fornecida pelo fabricante de um gerador, está representada na figura. Conectando-se uma lâmpada de resistência $R = 45 \Omega$ a esse gerador, responda:

- Qual o valor da corrente elétrica no circuito?
- Qual o rendimento do gerador nessa condição?
- Qual a potência dissipada pela lâmpada?



- P. 230** (UFRJ) Uma bateria comercial de 1,5 V é utilizada no circuito esquematizado abaixo, no qual o amperímetro e o voltmímetro são considerados ideais. Varia-se a resistência R , e as correspondentes indicações do amperímetro e do voltmímetro são usadas para construir o seguinte gráfico de voltagem (U) versus intensidade de corrente (i).



Usando as informações do gráfico, calcule:

- o valor da resistência interna da bateria;
- a indicação do amperímetro quando a resistência R tem o valor $1,7 \Omega$.

- P. 231** (Fuvest-SP) A bateria de um carro, de fem 12 V, é usada para acionar um rádio de 12 V que necessita de 2 A para seu funcionamento e para manter acesas duas lâmpadas de farol de 12 V e 48 W cada uma.

- Qual a intensidade de corrente elétrica fornecida pela bateria para alimentar o rádio e as duas lâmpadas?
- Qual a carga, em coulombs, perdida pela bateria em uma hora?

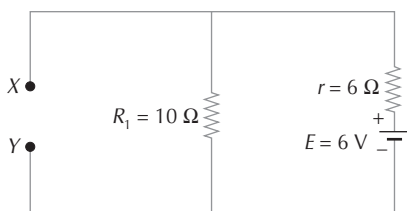
- P. 232** (Fuvest-SP) A uma bateria de 12 volts ligam-se dois resistores pelos quais passam respectivamente 0,5 A e 1,5 A.

- Qual a carga fornecida pela bateria durante 5 minutos?
- Qual a potência total dissipada nos resistores?

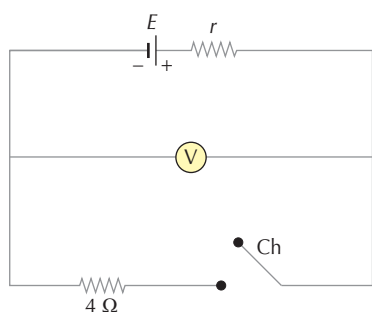
- P. 233** (Fuvest-SP) Um circuito elétrico contém 3 resistores (R_1 , R_2 e R_3) e uma bateria de 12 V, cuja resistência interna é desprezível. As correntes que percorrem os resistores R_1 , R_2 e R_3 são, respectivamente, 20 mA, 80 mA e 100 mA. Sabendo-se que o resistor R_2 tem resistência igual a 25 ohms:

- esquematize o circuito elétrico;
- calcule os valores das outras duas resistências.

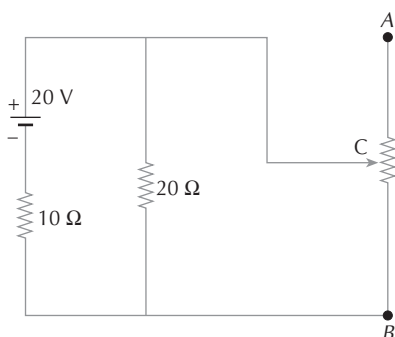
P. 234 (ITA-SP) Calcule o valor da resistência elétrica do resistor que deve ser colocado entre X e Y no circuito da figura para que a corrente através de R_1 seja igual a 0,3 A.



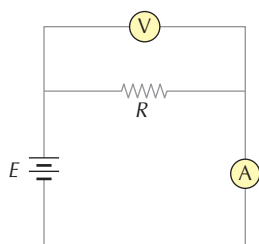
P. 235 No circuito da figura, quando a chave Ch está fechada, a indicação do voltímetro V ideal é $\frac{1}{3}$ de sua indicação quando Ch está aberta. Determine a resistência interna do gerador.



P. 236 (FEI-SP) No circuito da figura, o reostato AB está munido do cursor C, sendo a resistência entre A e B igual a 40 Ω. Qual a corrente no gerador quando o cursor está em B? Em que posição deverá ser colocado o cursor para que a corrente no gerador seja a metade daquela encontrada na situação anterior?



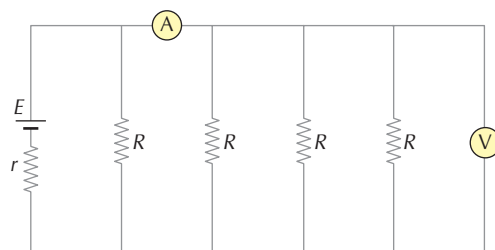
P. 237 (Vunesp) No circuito da figura, a fonte é uma bateria de fem $E = 12$ V, o resistor tem resistência $R = 1.000$ Ω, V representa um voltímetro e A um amperímetro.



Determine a leitura desses medidores:

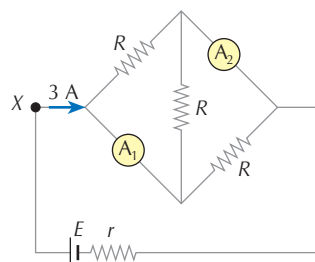
- em condições ideais, ou seja, supondo que os fios e o amperímetro não tenham resistência elétrica e a resistência elétrica do voltímetro seja infinita;
- em condições reais, em que as resistências elétricas da bateria, do amperímetro e do voltímetro são $r = 1,0$ Ω, $R_A = 50$ Ω e $R_V = 10.000$ Ω, respectivamente, desprezando apenas a resistência dos fios de ligação.
(Nos seus cálculos, não é necessário utilizar mais de três algarismos significativos.)

P. 238 (Fuvest-SP) No circuito da figura, $E = 8$ V, $r = 100$ Ω e $R = 1.200$ Ω.



- Qual a leitura do amperímetro A?
- Qual a leitura do voltímetro V? Considere o amperímetro e o voltímetro ideais.

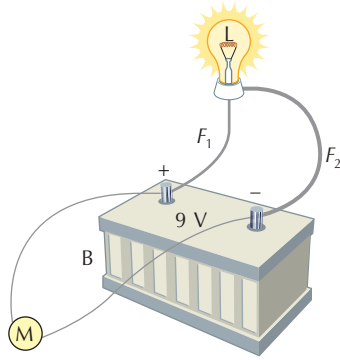
P. 239 (UFSCar-SP) O circuito mostra três resistores de mesma resistência $R = 9$ Ω, ligados a um gerador de fem E e resistência interna $r = 1$ Ω, além de dois amperímetros ideais, A_1 e A_2 . A corrente elétrica que passa pelo ponto X é de 3 ampères e a ddp nos terminais do gerador é de 9 volts. Os fios de ligação apresentam resistência elétrica desprezível.



Calcule:

- o valor da fem E do gerador e a potência total dissipada pelo circuito, incluindo a potência dissipada pela resistência interna do gerador;
- os valores das correntes elétricas que atravessam os amperímetros A_1 e A_2 .

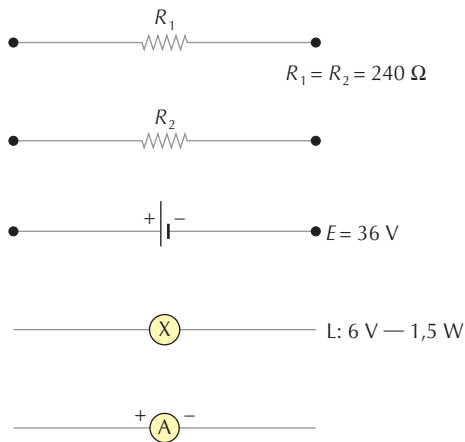
P. 240 (Fuvest-SP) Uma lâmpada L está ligada a uma bateria B por 2 fios, F_1 e F_2 , de mesmo material, de comprimentos iguais e de diâmetros d e $3d$, respectivamente. Ligado aos terminais da bateria, há um voltímetro ideal M (com resistência interna muito grande), como mostra a figura. Nessas condições a lâmpada está acesa, tem resistência $R_L = 2,0$ Ω e dissipa uma potência igual a 8,0 W. A força eletromotriz da bateria é $E = 9,0$ V e a resistência do fio F_1 é $R_1 = 1,8$ Ω.



Determine o valor da:

- corrente i , em ampères, que percorre o fio F_1 ;
- potência Pot_2 , em watts, dissipada no fio F_2 ;
- diferença de potencial V_M , em volts, indicada pelo voltímetro M .

P. 241 (Fuvest-SP) Dispõe-se dos seguintes elementos: dois resistores idênticos, uma fonte de tensão e um amperímetro ideais, uma lâmpada e fios de ligação. Pretende-se montar um circuito em que a lâmpada funcione de acordo com as suas especificações e o amperímetro acuse a corrente que passa por ela.

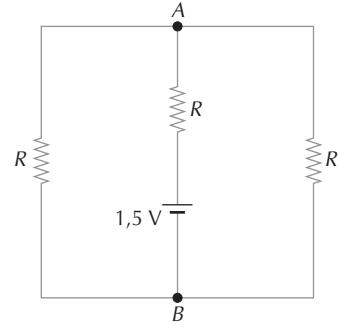


- Qual a corrente que o amperímetro indicará?
- Desenhe o circuito incluindo os elementos necessários.

P. 242 (Olimpíada Brasileira de Física) Dispõe-se dos seguintes elementos e respectivas características: uma bateria de 12 V, fios de ligação, um fusível e três resistores com suas características: R_1 (8 W, 10 V), R_2 (2 W, 2 V) e R_3 (2 W, 10 V).

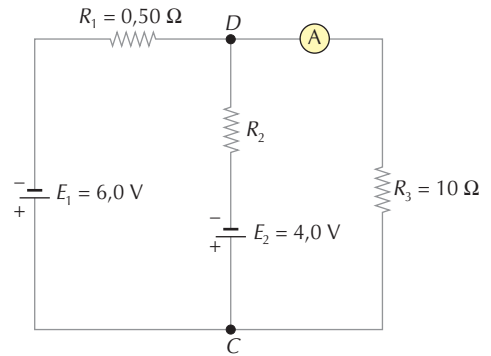
- Faça um esquema das ligações contendo os elementos citados de tal forma que eles funcionem dentro das respectivas especificações.
- Esboce o mesmo circuito, inserindo um amperímetro para medir a corrente que passa pelo resistor que possui maior resistência elétrica. Qual é o valor da corrente que ele deverá indicar?

P. 243 (Vunesp) Três resistores idênticos, cada um com resistência R , e uma pilha de 1,5 V e resistência interna desprezível são ligados como mostra a figura.



- Determine a diferença de potencial entre A e B.
- Supondo $R = 100 \Omega$, determine a intensidade da corrente elétrica que passa pela pilha.

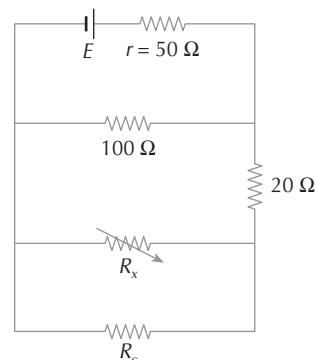
P. 244 (Fuvest-SP) Considere o circuito representado esquematicamente na figura. O amperímetro ideal A indica a passagem de uma corrente de 0,50 A. Os valores das resistências dos resistores R_1 e R_3 e das forças eletromotrizes E_1 e E_2 dos geradores ideais estão indicados na figura. O valor do resistor R_2 não é conhecido.



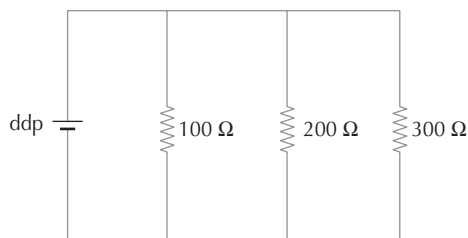
Determine:

- o valor da diferença de potencial entre os pontos C e D;
- a potência fornecida pelo gerador E_1 .

P. 245 (ITA-SP) Sabe-se que a máxima transferência de energia de uma bateria ocorre quando a resistência do circuito se iguala à resistência interna da bateria, isto é, quando há o casamento de resistências. No circuito da figura, a resistência de carga R_c varia na faixa $100 \Omega \leq R_c \leq 400 \Omega$. O circuito possui um resistor variável, R_x , que é usado para ajuste da máxima transferência de energia. Determine a faixa de valores de R_x para que seja atingido o casamento de resistências do circuito.

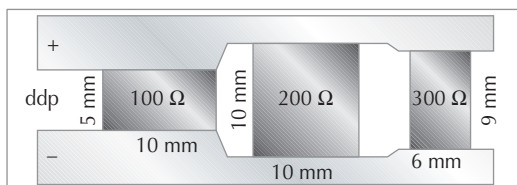


P. 246 (Unicamp-SP) Algumas pilhas são vendidas com um testador de carga. O testador é formado por 3 resistores em paralelo, como mostrado esquematicamente na figura abaixo. Com a passagem de corrente, os resistores dissipam potência e se aquecem. Sobre cada resistor é aplicado um material que muda de cor (“acende”) sempre que a potência nele dissipada passa de um certo valor, que é o mesmo para os três indicadores. Uma pilha nova é capaz de fornecer uma diferença de potencial (ddp) de 9,0 V, o que faz os 3 indicadores “acenderem”. Com uma ddp menor que 9,0V, o indicador de 300 Ω já não “acende”. A ddp da pilha vai diminuindo à medida que a pilha vai sendo usada.



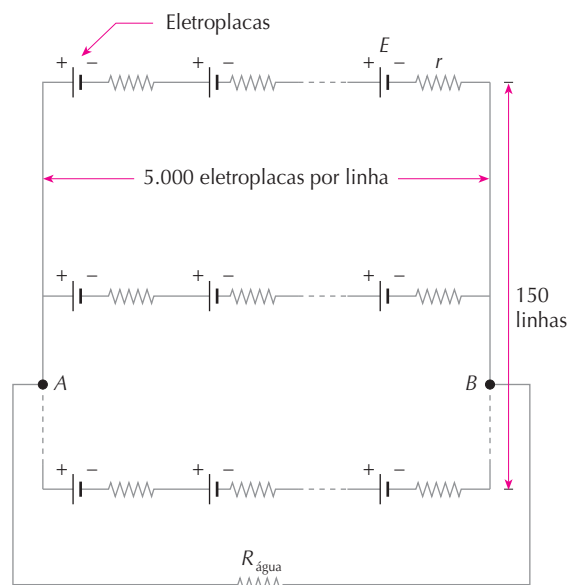
- Qual a potência total dissipada em um teste com uma pilha nova?
- Quando o indicador do resistor de 200 Ω deixa de “acender”, a pilha é considerada descarregada. A partir de qual ddp a pilha é considerada descarregada?

P. 247 (Unicamp-SP) Na prática, o circuito testador da questão anterior é construído sobre uma folha de plástico, como mostra o diagrama abaixo. Os condutores (cinza-claro) consistem em uma camada metálica de resistência desprezível, e os resistores (cinza-escuro) são feitos de uma camada fina (10 μm de espessura, ou seja, $10 \cdot 10^{-6}$ m) de um polímero condutor. A resistência R de um resistor está relacionada com a resistividade ρ por $R = \rho \cdot \frac{L}{A}$ por onde L é o comprimento e A é a área da seção reta perpendicular à passagem de corrente.



- Determine o valor da resistividade ρ do polímero a partir da figura. As dimensões (em mm) estão indicadas no diagrama.
- O que aconteceria com o valor das resistências se a espessura da camada de polímero fosse reduzida à metade? Justifique sua resposta.

P. 248 (UnB-DF) Um perigo para os mergulhadores em rios e oceanos é o contato com peixes elétricos. Sabe-se que essa espécie produz eletricidade a partir de células biológicas (eletroplacas) que funcionam como baterias elétricas. Certos peixes elétricos encontrados na América do Sul contêm um conjunto de eletroplacas organizadas de forma análoga ao circuito elétrico representado na figura a seguir. Existem, ao longo do corpo deles, 150 linhas horizontais, com 5.000 eletroplacas por linha. Cada eletroplaca tem uma força eletromotriz (E) de 0,15 V e uma resistência elétrica (r) interna de 0,30 Ω. A resistência da água — $R_{\text{água}}$ — em torno do peixe deve ser considerada igual a 740 Ω.



Com base nessas informações, calcule uma das seguintes quantidades, desprezando a parte fracionária do resultado final obtido após efetuar todos os cálculos solicitados.

- O número total de eletroplacas do peixe elétrico, expressando a quantidade calculada em milhares de eletroplacas.
- A resistência equivalente em cada linha de eletroplacas, em ohms.
- A resistência equivalente do peixe elétrico, observada entre os pontos A e B, em ohms.
- A potência dissipada no peixe elétrico, em watts, quando este está submerso na água.

P. 249 (UFBA) Nos terminais de um gerador que alimenta um circuito, a ddp passa de 8,0V para 5,0V, quando a intensidade da corrente que atravessa o gerador passa de 2,0 A para 5,0 A. Determine, em ampères, a intensidade da corrente que passa pelo gerador, no momento em que a potência transferida para o circuito for máxima.