Capítulo
15 Energia, as suas formas e a sua conservação

A energia, nas suas diversas formas, é fundamental para a vida no planeta, e o princípio da conservação da energia é um dos princípios básicos da Física.

Existem muitas formas de energia, como, por exemplo, a sonora, a luminosa, a mecânica, a térmica etc.

No salto com vara, o atleta usa a energia associada à deformação da vara e a transforma em energia potencial gravitacional e em energia cinética suficiente para conseguir transpor o sarrafo.

Enquanto o jogador se desloca no ar para "enterrar" a bola, uma parte de sua energia mecânica está na forma de energia cinética e a outra, em forma de energia potencial gravitacional.

Seção 15.1

Introdução. Energia cinética

Objetivos

- Compreender que a ideia de energia está associada ao nosso cotidiano.
- Conceituar energia cinética.
- Enunciar o teorema da energia cinética.

Termos e conceitos

- **energia do Sol**
- **energia do petróleo**
- **novas fontes de energia**

No mundo atual, muito se fala em energia. Sabe-se que ela é essencial à vida. O papel do Sol, do petróleo e de outros combustíveis é de vital importância para que se consiga a energia que nos mantém vivos e que faz nossas máquinas e mecanismos funcionarem. Novas fontes de energia estão sendo constantemente investigadas, para substituir outras já quase esgotadas.

Mas, afinal, o que é energia?

Na verdade, é um conceito difícil de ser definido. Apesar disso, a ideia está tão arraigada em nosso cotidiano que praticamente a aceitamos sem definição. Assim, as considerações a seguir não trazem em si o objetivo de definir energia, mas sim de relacioná-la com outros conceitos físicos já estudados. Veremos que muito frequentemente a energia está associada ao movimento (energia cinética). No entanto, mesmo estando em repouso, um corpo pode possuir energia apenas em função da posição que ocupa (energia potencial). Outra relação importante a ser apresentada é a que existe entre energia e trabalho.

Energia cinética

Considere, atuando num corpo, as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ... $\vec{F}_n$ (**fig. 1A**), cuja resultante $\vec{F}_R$ é constante em intensidade, direção e sentido (**fig. 1B**).

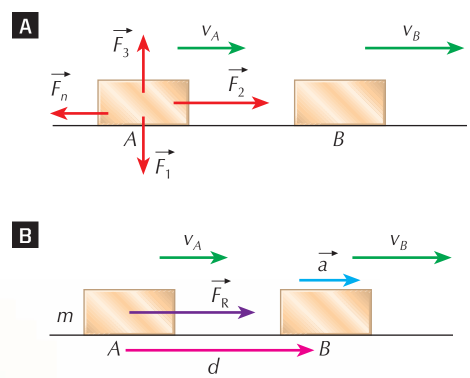


Figura 1. **Pelo efeito das forças de resultante $\vec{F}_R$ o corpo passa da posição *A* para a posição *B*.**

Essa resultante garante um movimento uniformemente variado tal que: $v_B^2 = v_A^2 + 2ad$

Da equação acima, obtemos a aceleração:

$$a = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2d}$$

Pela equação fundamental da Dinâmica, vem:

$$F_R = ma = m \cdot \left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2d}\right)$$

Multiplicando os dois membros por *d*, e reorganizando o segundo membro, temos:

$$F_R d = m \cdot \left(\frac{v_B^2 - v_A^2}{2}\right) = m \cdot \left(\frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2}\right) \Rightarrow F_R d = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

Nessa última igualdade, $F_R d$ é o trabalho τ_R da força resultante $\vec{F}_R$ entre os pontos A e B; as parcelas $\frac{mv^2}{2}$, presentes no segundo membro, representam uma grandeza escalar chamada **energia cinética** (energia associada ao estado de movimento do corpo de massa m e velocidade v):

$$\tau_R = F_R d = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} \text{ onde } \begin{cases} \frac{mv_A^2}{2} = E_{c_A} \text{ (energia cinética em } A\text{)} \\ \frac{mv_B^2}{2} = E_{c_B} \text{ (energia cinética em } B\text{)} \end{cases}$$

$$\tau_R = E_{c_B} - E_{c_A} = \Delta E_{\underset{A \vdash\dashv B}{c}}$$

A variação da energia cinética de um corpo entre dois instantes é medida pelo trabalho da resultante das forças entre os instantes considerados.

Esse enunciado é conhecido por **teorema da energia cinética**, de validade geral para qualquer tipo de movimento.

O teorema da energia cinética:

- introduz um novo conceito: o de energia cinética $\left(E_c = \frac{mv^2}{2}\right)$;
- estabelece um critério de medida dessa energia: **a sua variação será medida pelo trabalho da resultante das forças** ($\Delta E_c = E_{c_B} - E_{c_A} = \tau_R$).

A energia cinética aumenta quando o trabalho da resultante é motor (**fig. 2A**), isto é, a força resultante é favorável ao deslocamento, aumentando a velocidade.

A energia cinética diminui quando o trabalho da resultante é resistente (**fig. 2B**), isto é, a força resultante é oposta ao deslocamento, diminuindo a velocidade.

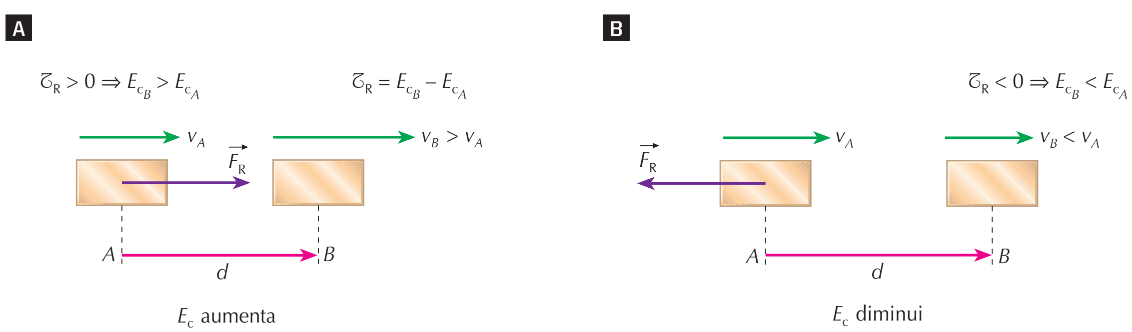


Figura 2. **A energia cinética aumenta ou diminui conforme a resultante seja favorável ou contrária ao deslocamento.**

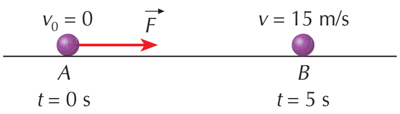
Pelo teorema da energia cinética, concluímos que a energia tem a mesma unidade do trabalho. No Sistema Internacional de Unidades (SI), essa unidade é o joule (J).

Observação

No enunciado do teorema da energia cinética, o corpo considerado é um ponto material. No caso do corpo extenso, além do trabalho das forças externas, devemos levar em conta também o trabalho das forças internas. Por exemplo, na situação de uma pessoa subindo uma escada, além do trabalho do peso (força externa), devemos considerar o trabalho da força muscular da pessoa (força interna).

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 125 Um corpo de 10 kg parte do repouso sob a ação de uma força constante paralela à trajetória e 5 s depois atinge a velocidade de 15 m/s. Determine sua energia cinética no instante 5 s e o trabalho da força, suposta única, que atua no corpo no intervalo de 0 s a 5 s.



Solução:
A energia cinética no instante $t = 5$ s é:

$$E_{c_B} = \frac{mv_B^2}{2} = \frac{10 \cdot 15^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_{c_B} = 1.125 \text{ J}}$$

Pelo teorema da energia cinética:

$$\mathcal{T}_R = E_{c_B} - E_{c_A} = 1.125 - 0 \text{ (note que } E_{c_A} = 0\text{, pois } v_0 = 0)$$

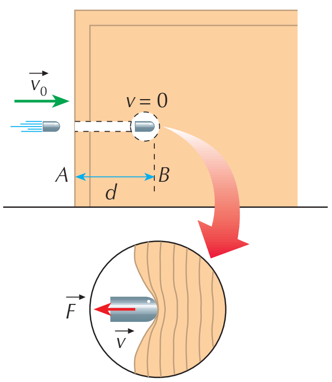
Portanto: $\boxed{\mathcal{T}_R = E_{c_B} = 1.125 \text{ J}}$

Resposta: $E_{c_B} = 1.125$ J; $\mathcal{T}_R = 1.125$ J

Observação:
O trabalho de $\vec{F}$ é motor (a energia cinética do corpo aumenta).

R. 126 Um projétil de 10 g atinge perpendicularmente uma parede com velocidade igual a 600 m/s e ali penetra 20 cm, na direção do movimento. Determine a intensidade da força de resistência oposta pela parede à penetração, supondo essa força constante.

Solução:
O projétil, ao chocar-se com a parede, possui energia cinética. Depois de penetrar $d = 20$ cm $= 0{,}20$ m, sua energia cinética torna-se nula (o projétil para). Pelo teorema da energia cinética, o trabalho da força de resistência é dado por:



$$\mathcal{T}_R = E_{c_B} - E_{c_A} = -E_{c_A}\text{, pois } E_{c_B} = 0$$

Da definição de trabalho resulta: $\mathcal{T}_R = -Fd$

Comparando-se as duas expressões de $\mathcal{T}_R$, vem:

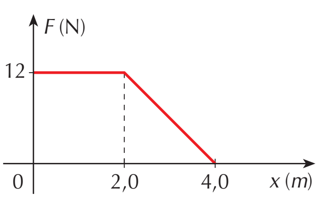
$$-Fd = -E_{c_A} \Rightarrow Fd = E_{c_A} \Rightarrow Fd = \frac{mv_A^2}{2}$$

A massa do projétil ($m = 10$ g $= 10 \cdot 10^{-3}$ kg) e a velocidade de impacto ($v_A = 600$ m/s) são dadas no enunciado. Substituindo esses valores, obtemos:

$$F \cdot 0{,}20 = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 600^2}{2} \Rightarrow \boxed{F = 9.000 \text{ N}}$$

Resposta: 9.000 N

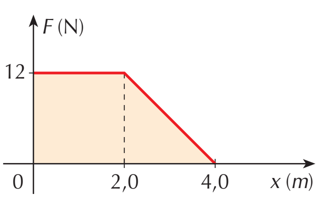
R. 127 Um pequeno bloco de massa 2,0 kg encontra-se inicialmente em repouso num ponto O. A força resultante $\vec{F}$ que passa a agir no bloco o faz mover-se ao longo de um eixo Ox. A intensidade da força $\vec{F}$ varia de acordo com o gráfico. Determine a velocidade do bloco após deslocar-se 4,0 m.



Solução:
A área do trapézio destacado na figura é numericamente igual ao trabalho realizado pela força resultante $\vec{F}$ no deslocamento de 0 a 4,0 m:

$$\mathcal{T}_R \overset{N}{=} A_{\text{trapézio}} = \frac{4{,}0 + 2{,}0}{2} \cdot 12$$

$$\mathcal{T}_R = 36 \text{ J}$$



Pelo teorema da energia cinética, vem:

$$\mathcal{T}_R = E_{c_B} - E_{c_A} \Rightarrow \mathcal{T}_R = E_{c_B} \text{ (note que } E_{c_A} = 0\text{,}$$
pois o bloco parte do repouso)

Assim, obtemos:

$$\mathcal{T}_R = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 36 = \frac{2{,}0 \cdot v^2}{2} \Rightarrow \boxed{v = 6{,}0 \text{ m/s}}$$

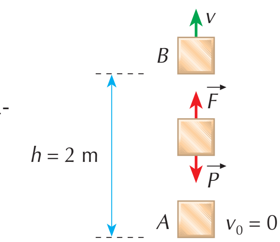
Resposta: 6,0 m/s

R. 128 Para levantar um corpo de massa 2 kg a uma altura de 2 m, um operador aplicou uma força $\vec{F}$, que realizou um trabalho de 56 J. Se inicialmente o corpo estava em repouso, qual foi a sua velocidade ao atingir aquela altura? Adote $g = 10\ m/s^2$ e despreze a resistência do ar.

Solução:

As forças que agem no corpo são: o peso $\vec{P}$ e a força $\vec{F}$ do operador.

Pelo teorema da energia cinética, temos:



$$\mathcal{T}_R = E_{c_B} - E_{c_A}$$

Mas o trabalho da resultante das forças é a soma algébrica do trabalho das forças componentes:

$$\mathcal{T}_R = \mathcal{T}_P + \mathcal{T}_F$$

Igualando as duas expressões de $\mathcal{T}_R$, vem:

$$\mathcal{T}_P + \mathcal{T}_F = E_{c_B} - E_{c_A}$$

Como o corpo sobe, o trabalho do peso é negativo: $\mathcal{T}_P = -Ph = -mgh$. Logo:

$$-mgh + \mathcal{T}_F = E_{c_B} - E_{c_A} \Rightarrow -mgh + \mathcal{T}_F = \frac{mv^2}{2}\ (E_{c_A} = 0, \text{ pois } v_0 = 0)$$

Sendo $m = 2$ kg, $g = 10\ m/s^2$, $h = 2$ m e $\mathcal{T}_F = 56$ J, obtemos: $-2 \cdot 10 \cdot 2 + 56 = \frac{2v^2}{2} \Rightarrow \boxed{v = 4\ m/s}$

Resposta: 4 m/s

Entre na rede No endereço eletrônico http://www.ngsir.netfirms.com/englishhtm/Work.htm (acesso em junho/2009), você pode simular o movimento de um bloco ao longo de um plano horizontal ou inclinado, calculando o trabalho das forças que agem no bloco e a variação de sua energia cinética.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 338 Um corpo de 10 kg parte do repouso, sob a ação de uma força constante, em trajetória horizontal, e após 16 s atinge 144 km/h. Qual é o trabalho dessa força nesse intervalo de tempo?

P. 339 Calcule a força necessária para fazer parar um trem de 60 toneladas a 45 km/h numa distância de 500 m.

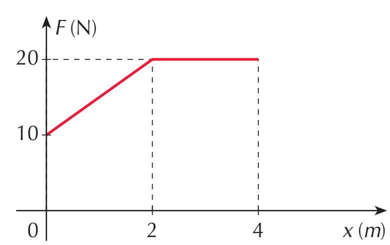
P. 340 (Vunesp) Um projétil de 20 gramas, com velocidade de 240 m/s, atinge o tronco de uma árvore e nele penetra uma certa distância até parar.

a) Determine a energia cinética E_c do projétil antes de colidir com o tronco e o trabalho $\mathcal{T}$ realizado sobre o projétil na sua trajetória no interior do tronco, até parar.

b) Sabendo que o projétil penetrou 18 cm no tronco da árvore, determine o valor médio F_m da força de resistência que o tronco ofereceu à penetração do projétil.

(O valor médio F_m é a intensidade de uma força constante que realiza o mesmo trabalho da força variável, como é o caso da força de resistência do tronco.)

P. 341 O gráfico representa a variação da intensidade da força resultante $\vec{F}$ que atua num pequeno bloco de massa 2 kg em função do deslocamento x. Sabe-se que a força $\vec{F}$ tem a mesma direção e sentido do deslocamento. Em $x = 0$ a velocidade do bloco é 5 m/s. Determine a energia cinética do bloco quando $x = 4$ m.



P. 342 Um homem ergue um corpo que se encontrava em repouso no solo até uma altura de 2 m. O corpo chegou com velocidade nula. A força que o homem aplica no corpo realiza um trabalho de 12 J. Determine:

a) o trabalho realizado pelo peso do corpo;

b) a intensidade do peso do corpo.

Seção 15.2

Energia potencial

Objetivos

- Definir energia potencial gravitacional e energia potencial elástica.
- Relacionar a energia potencial gravitacional ao trabalho da força peso.
- Relacionar a energia potencial elástica ao trabalho da força elástica.

Termos e conceitos

- **energia potencial**
- **energia potencial gravitacional**
- **energia potencial elástica**

No capítulo anterior calculamos o trabalho do peso (seção 14.3, item 1) e o trabalho da força elástica (seção 14.3, item 2):

Trabalho do peso: $\boxed{\tau = \pm Ph}$ (h: desnível entre os pontos considerados)

Trabalho da força elástica: $\boxed{\tau = \pm \dfrac{Kx^2}{2}}$ onde $\begin{cases} k\text{: constante elástica da mola} \\ x\text{: deformação da mola} \end{cases}$

Esses trabalhos independem da forma da trajetória e conduzem ao conceito de uma nova forma de energia.

1 Energia potencial gravitacional

Considere em primeiro lugar o peso. Apliquemos ao corpo da **figura 3A** uma força contrária ao peso, erguendo-o até a posição B, à altura h (**fig. 3B**). Se abandonarmos o corpo nessa posição, espontaneamente ele cai (**fig. 3C**) e seu peso realiza trabalho, que, pelo teorema da energia cinética de B a A (**fig. 3D**), é:

$$\tau_{BA} = E_{c_A} - E_{c_B} = E_{c_A} - 0 \text{ (observe que } E_{c_B} = 0\text{, pois } v_B = 0\text{)}$$

$$\text{Então: } \tau_{BA} = Ph = \frac{mv_A^2}{2} = E_{c_A}$$

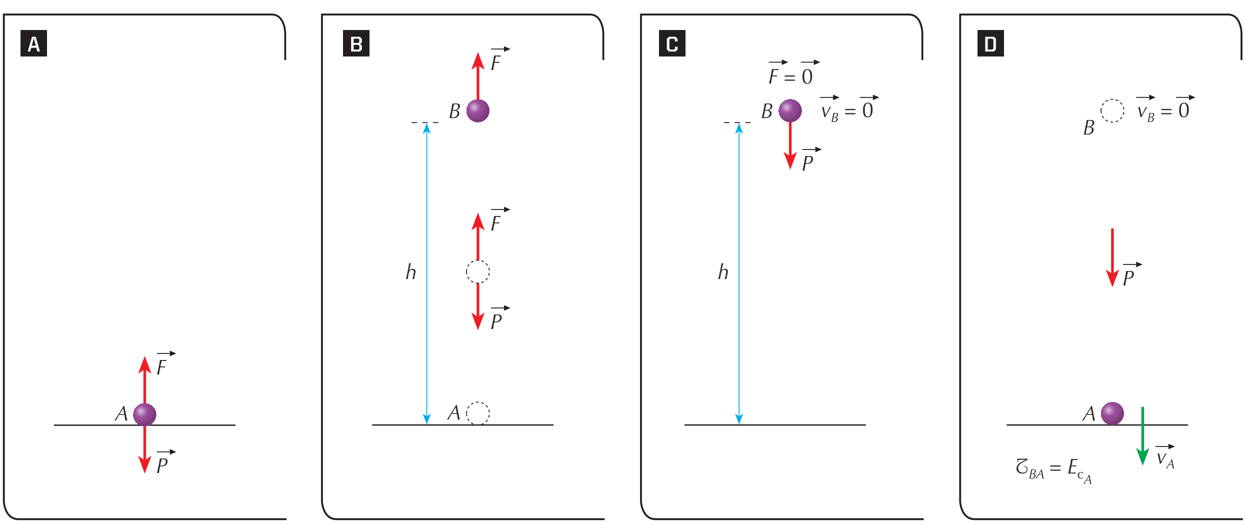


Figura 3.

Na posição B, o corpo não possui energia de movimento ($v_B = 0$), mas sabemos que possui a qualidade em potencial de vir a ter energia cinética, pois, caindo, seu peso realizará trabalho, que será sua energia cinética. Desse modo, na posição B, o corpo tem uma energia associada à sua posição (em relação à Terra) ainda não transformada na forma útil (energia cinética). Essa energia, que será transformada em energia cinética à medida que o corpo cai e o peso realiza trabalho, é denominada **energia potencial gravitacional** ($E_{p_{grav.}}$).

A energia potencial gravitacional $E_{p_{grav.}}$ na posição B em relação a um nível de referência em A é igual ao trabalho que o peso realiza no deslocamento de B para A:

$$\boxed{E_{p_{grav.}} = Ph} \quad \text{ou} \quad \boxed{E_{p_{grav.}} = mgh}$$

2 Energia potencial elástica

Vamos considerar agora o sistema elástico constituído pela mola de massa desprezível e de constante elástica k e pela esfera de massa m (**fig. 4**).

Apliquemos à esfera uma força $\vec{F}$ (**fig. 4A**) que provoca uma deformação da mola $x = AB$ (**fig. 4B**). Abandonando-a nessa posição B, espontaneamente ela retorna (**fig. 4C**) e a força elástica realiza trabalho, que pelo teorema da energia cinética de B para A (**fig. 4D**) é:

$$\mathcal{T}_{BA} = E_{c_A} - E_{c_B} = E_{c_A} - 0 \quad (E_{c_B} = 0\text{, pois } v_B = 0)$$

$$\text{Então: } \mathcal{T}_{BA} = \frac{kx^2}{2} = \frac{mv_A^2}{2} = E_{c_A}$$

Na posição B a esfera não possui energia de movimento ($v_B = 0$), mas sim a qualidade em potencial de vir a ter energia cinética, pois, ao ser abandonada, a força elástica realizará trabalho.

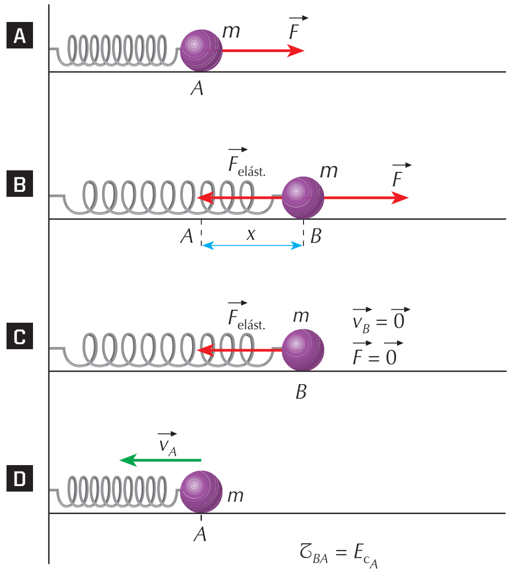
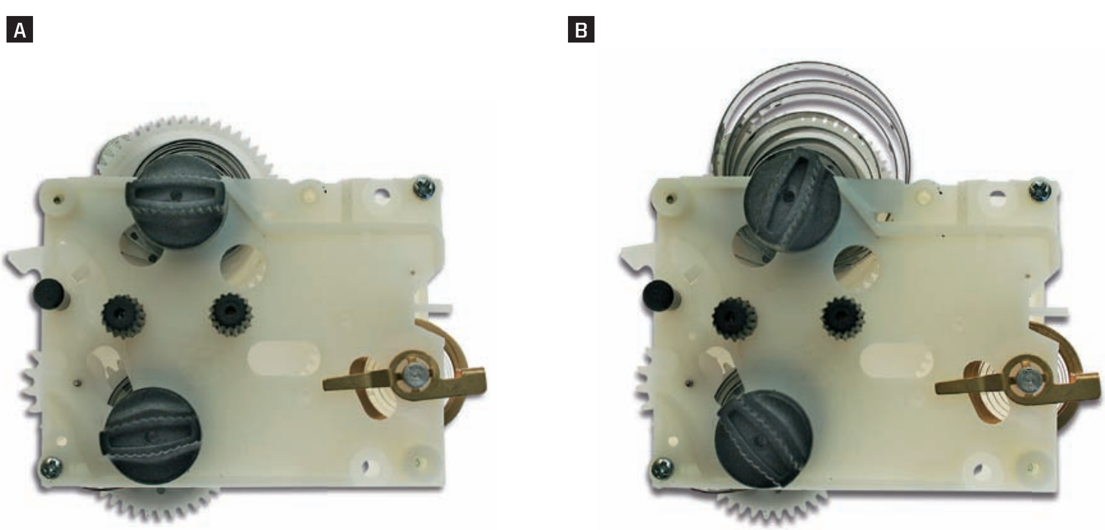


Figura 4.

Desse modo, concluímos que na posição B a mola tem energia associada à sua deformação. Essa energia, que será transformada em energia cinética da esfera quando esta retornar e a força elástica realizar trabalho, é denominada **energia potencial elástica** ($E_{p_{elást.}}$).

A energia potencial elástica $E_{p_{elást.}}$ da mola em B em relação a um nível de referência em A (mola não deformada) é igual ao trabalho que a força elástica realiza no deslocamento de B para A:

$$\boxed{E_{p_{elást.}} = \frac{kx^2}{2}}$$

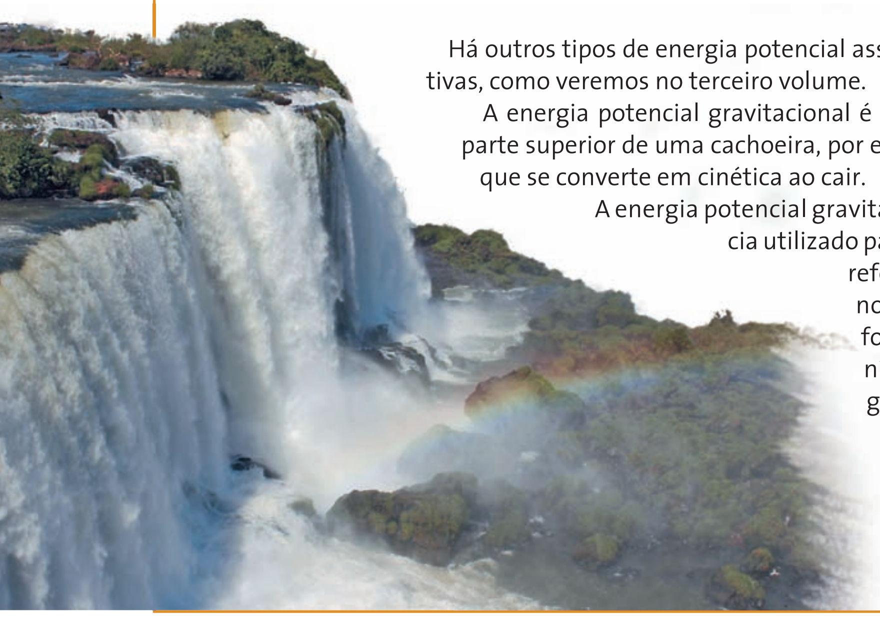


Num relógio "com a corda dada" (A), a mola possui energia potencial elástica, que vai se transformando em energia cinética e movimentando o mecanismo, até o relógio ficar "sem corda" (B).

Energias potenciais em Mecânica

Em Mecânica consideramos duas energias potenciais: a associada ao trabalho do peso, chamada energia potencial gravitacional; e a associada ao trabalho da força elástica, chamada energia potencial elástica.

$$\boxed{E_{p_{grav.}} = Ph} \quad \text{e} \quad \boxed{E_{p_{elást.}} = \frac{Kx^2}{2}}$$



Há outros tipos de energia potencial associados a trabalhos de outras forças conservativas, como veremos no terceiro volume.

A energia potencial gravitacional é uma forma importante de energia: a água na parte superior de uma cachoeira, por exemplo, possui energia potencial gravitacional que se converte em cinética ao cair.

A energia potencial gravitacional depende do nível horizontal de referência utilizado para a medida da altura h em $E_{p_{grav.}} = Ph$. O nível de referência a ser adotado é arbitrário, pois o que vai nos interessar são as diferenças de energia, conforme mostraremos nos exercícios resolvidos. No nível horizontal de referência, a energia potencial gravitacional é nula ($h = 0 \Rightarrow E_{p_{grav.}} = 0$).

No caso de uma mola, $E_{p_{elást.}} = \frac{Kx^2}{2}$ representa a energia potencial elástica na posição correspondente à deformação x, medida em relação à posição natural da mola (não deformada).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 343 Uma pequena bola de borracha, de massa 50 g, é abandonada de um ponto A situado a uma altura de 5,0 m e, depois de chocar-se com o solo, eleva-se verticalmente até um ponto B, situado a 3,6 m. Considere a aceleração local da gravidade 10 m/s^2.

a) Calcule a energia potencial gravitacional da bola nas posições A e B. Adote o solo como nível horizontal de referência para a medida da energia potencial.

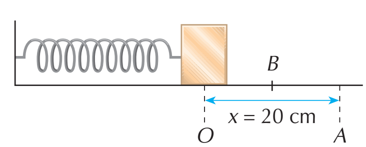
b) Como se modificariam as respostas anteriores se o nível de referência fosse o plano horizontal que passa por B?

P. 344 (Fuvest-SP) Uma bala de morteiro, de massa $5{,}0 \cdot 10^2$ g, está a uma altura de 50 m acima do solo horizontal com uma velocidade de 10 m/s, em um instante t_0. Tomando o solo como referencial e adotando $g = 10$ m/s^2, determine no instante t_0:

a) a energia cinética da bala;

b) a energia potencial gravitacional da bala.

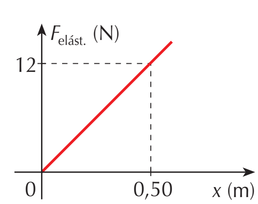
P. 345 No sistema elástico da figura, O representa a posição de equilíbrio (mola não deformada). Ao ser alongada, passando para a posição A, a mola armazena a energia potencial elástica $E_p = 2{,}0$ J. Determine:



a) a constante elástica da mola;

b) a energia potencial elástica que a mola armazena na posição B, ponto médio do segmento $\overline{OA}$.

P. 346 (Unicamp-SP) O gráfico ao lado representa a intensidade da força elástica aplicada por uma mola, em função de sua deformação.



a) Qual é a constante elástica da mola?

b) Qual é a energia potencial elástica armazenada na mola para $x = 0{,}50$ m?

Conservação da energia mecânica

Objetivos

- Conceituar energia mecânica.
- Analisar a transformação de energia cinética em potencial e vice-versa no lançamento vertical para cima e no oscilador harmônico.
- Compreender em que condições a energia mecânica se conserva.

Termos e conceitos

- forças dissipativas
- forças conservativas

Um corpo atirado para cima com velocidade inicial v_0 retorna à mesma posição com a mesma velocidade em sentido contrário, se desprezarmos a resistência do ar (**fig. 5**).

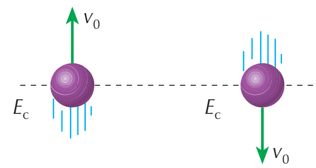


Figura 5. **Desprezada a ação do ar, a energia cinética inicial é igual à final.**

Em outras palavras, na ausência de forças dissipativas, a energia cinética inicialmente fornecida ao corpo é a mesma na posição final. Porém, durante a subida e a descida, essa energia se transforma (**fig. 6**).

Quando o corpo sobe, diminui sua velocidade e sua energia cinética; porém o corpo ganha altura e, portanto, aumenta sua energia potencial (**fig. 6B**).

Na altura máxima, o corpo tem somente energia potencial, pois sua velocidade é nula (**fig. 6C**).

Durante a queda, o corpo perde energia potencial, pois perde altura, mas adquire energia cinética (**fig. 6D**).

Ao retornar ao ponto de lançamento, o corpo recupera sua energia cinética inicial (**fig. 6E**).

Chamando de energia mecânica a soma da energia potencial com a energia cinética, temos:

$$\boxed{E_{mec.} = E_p + E_c}$$

Verifica-se que:

> A energia mecânica permanece constante na ausência de forças dissipativas, apenas ocorre a conversão entre suas formas cinética e potencial.

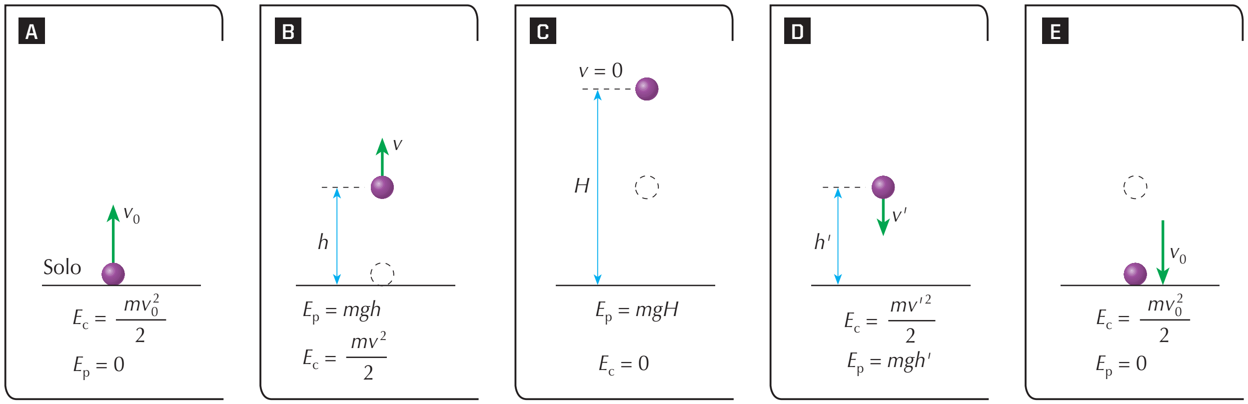
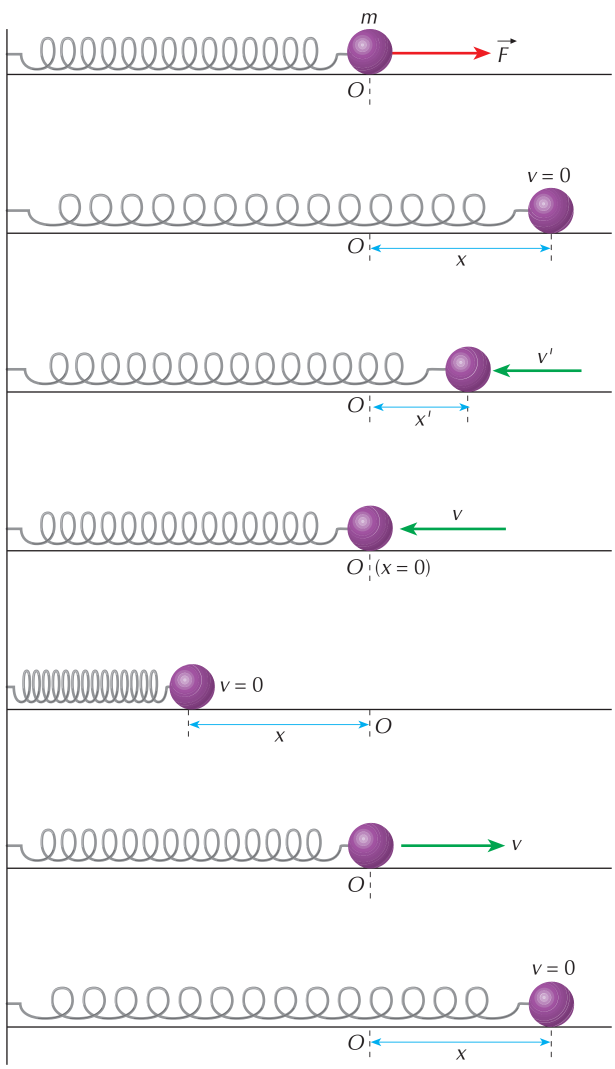


Figura 6. **Adotamos o solo como nível de referência para medida de energia potencial (E_p = 0).**

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
Atividade experimental: *Conversão de energia potencial gravitacional em energia cinética*

Considere agora uma esfera presa a uma mola e apoiada numa superfície horizontal sem atrito; despreze a resistência do ar.



A posição de equilíbrio

B $E_{mec.} = E_p = \dfrac{kx^2}{2}$

C $E_{mec.} = E_p + E_c = \dfrac{kx'^2}{2} + \dfrac{mv'^2}{2}$

D $E_{mec.} = E_c = \dfrac{mv^2}{2}$

E $E_{mec.} = E_p = \dfrac{kx^2}{2}$

F $E_{mec.} = E_c = \dfrac{mv^2}{2}$

G $E_{mec.} = E_p = \dfrac{kx^2}{2}$

Figura 7. **Oscilador harmônico.**

A esfera é tirada da posição de equilíbrio (**fig. 7A**) pela ação de $\vec{F}$ e abandonada depois que a mola sofre uma deformação *x* (**fig. 7B**). Nessa posição, o sistema tem energia potencial elástica.

Abandonado (**fig. 7C**), o sistema perde energia potencial (a deformação é menor), mas ganha energia cinética, pois tem velocidade.

Na posição central *O* (**fig. 7D**), toda a energia do sistema é cinética, pois a mola não está nem alongada nem comprimida.

A esfera vai até o outro extremo (**fig. 7E**), comprimindo a mola: o sistema tem apenas energia potencial e o processo se repete.

O sistema descrito constitui um oscilador harmônico.

Desprezadas as forças dissipativas, a energia mecânica permanece constante. Na prática, o sistema perde a energia mecânica inicial, devido à dissipação por atrito e à resistência do ar.

De modo geral podemos afirmar que:

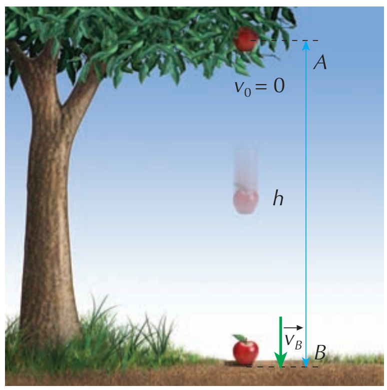
> A energia mecânica de um sistema se conserva quando este se movimenta sob ação de forças conservativas e eventualmente de outras forças que realizam trabalho nulo.

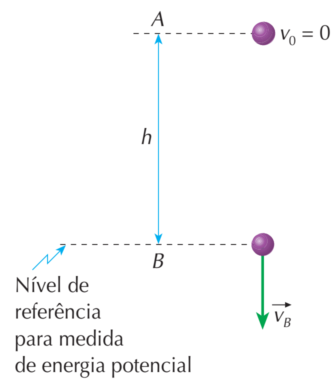
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Até informação contrária, nos exercícios seguintes despreze forças dissipativas, como atrito e resistência do ar.

R. 129 Determine a velocidade que um corpo adquire ao cair de uma altura h, conhecida, a partir do repouso. Dado g = aceleração da gravidade local.

Solução:





Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{mec._A} = E_{mec._B}$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{mv_B^2}{2}$$

$$mgh = \frac{mv_B^2}{2}$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2gh}}$$

Resposta: $v_B = \sqrt{2gh}$

Observação:

Há outros problemas análogos a este, mudando apenas a situação física. Vejamos alguns exemplos.

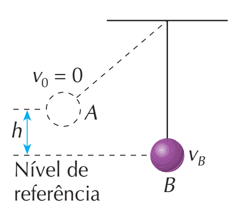
- Um pêndulo é abandonado de uma altura h. Determine a velocidade em seu ponto inferior.
  Na massa pendular atuam somente o peso $\vec{P}$ (força conservativa) e a tração $\vec{T}$, que não realiza trabalho, pois é perpendicular em cada instante ao deslocamento.
  Assim, a energia mecânica se conserva:

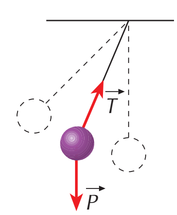
$$E_{mec._A} = E_{mec._B}$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

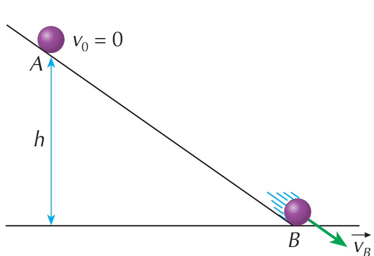
$$mgh + 0 = 0 + \frac{mv_B^2}{2}$$

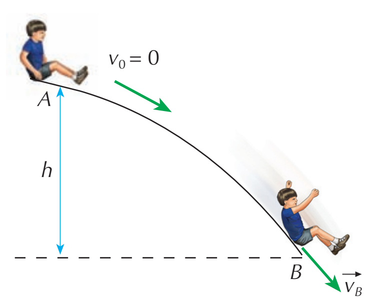
$$\boxed{v_B = \sqrt{2gh}}$$

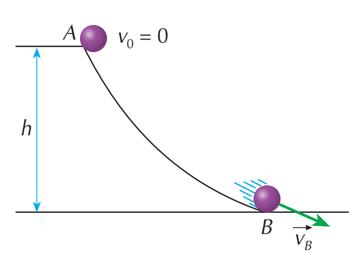




- Em todos os casos propostos a seguir, as superfícies são supostas sem atrito:







$$\boxed{v_B = \sqrt{2gh}}$$

R. 130 Um corpo é atirado verticalmente para cima com velocidade v_0. Supondo conhecidos v_0 e a aceleração da gravidade g, determine a altura máxima que o corpo atinge.

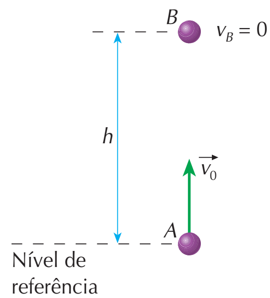
Solução:
Na altura máxima a velocidade é nula. Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{mec._A} = E_{mec._B}$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$0 + \frac{mv_0^2}{2} = mgh + 0$$

$$\boxed{h = \frac{v_0^2}{2g}}$$



Resposta: $h = \dfrac{v_0^2}{2g}$

Observação:
De modo semelhante a esse exercício, podemos propor: abandonando um corpo de uma altura h (**fig. A**) na superfície polida indicada, a altura h' que ele atinge é igual a h, pois sua energia potencial inicial é idêntica à energia final, que é apenas potencial. Abandonando o pêndulo da altura h (**fig. B**), a altura h' que ele atinge será o próprio h, ainda que se considere um obstáculo, como o da **figura C**, que altere a direção do fio.

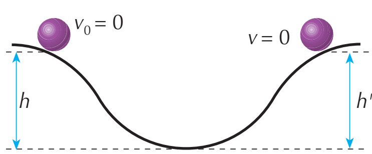


Figura a.

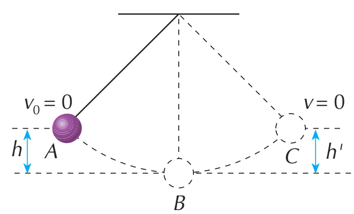


Figura b.

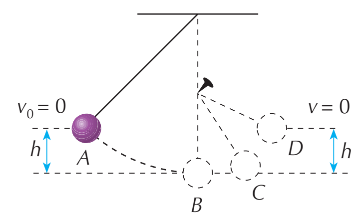


Figura c.

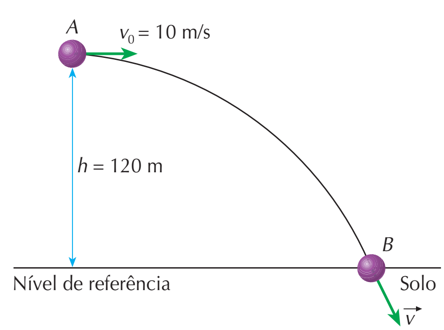
R. 131 Uma bola é lançada horizontalmente do alto de uma colina de 120 m de altura com velocidade de 10 m/s. Determine a velocidade da bola ao atingir o solo. Despreze a resistência do ar e adote $g = 10\ m/s^2$.

Solução:
Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{mec._A} = E_{mec._B}$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$mgh + \frac{mv_0^2}{2} = 0 + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2gh + v_0^2$$



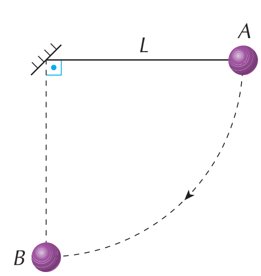
Substituindo os valores dados, vem:

$$v^2 = 2 \cdot 10 \cdot 120 + 10^2 \Rightarrow v^2 = 2.500 \Rightarrow \boxed{v = 50\ m/s}$$

Resposta: 50 m/s

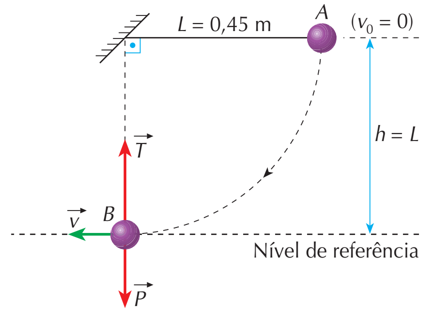
R. 132 Uma esfera de massa $m = 2{,}0$ kg presa a um fio de comprimento $L = 0{,}45$ m é abandonada na posição A, conforme a figura. No instante em que a esfera passa pela posição B, determine:

a) sua velocidade escalar;
b) a intensidade da força de tração no fio.
Despreze os atritos e considere $g = 10\ m/s^2$.



Solução:

a) Pela conservação da energia mecânica:



$$E_{mec._A} = E_{mec._B}$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_B} + E_{c_B}$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = 2gh$$

Sendo $h = L = 0{,}45$ m e $g = 10$ m/s², vem:

$$v^2 = 2 \cdot 10 \cdot 0{,}45 \Rightarrow \boxed{v = 3{,}0 \text{ m/s}}$$

b) As forças que agem na esfera são o peso $\vec{P}$ e a tração do fio $\vec{T}$. A resultante dessas forças, na posição B, é a própria resultante centrípeta. Portanto:

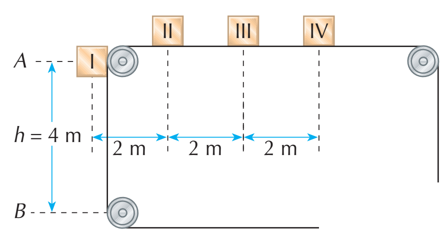
$$F_{cp} = ma_{cp} \Rightarrow T - P = m\frac{v^2}{R}$$

Sendo $P = mg = 20$ N, $m = 2{,}0$ kg, $v = 3{,}0$ m/s e $R = L = 0{,}45$ m, vem:

$$T - 20 = 2{,}0 \cdot \frac{(3{,}0)^2}{0{,}45} \Rightarrow \boxed{T = 60 \text{ N}}$$

Respostas: a) 3,0 m/s; b) 60 N

R. 133 A esteira da figura transporta quatro corpos de igual massa presos a ela. A esteira passa pelos roletes sem atrito e, na posição da figura, encontra-se travada. Destravando-a, o sistema põe-se em movimento. Determine a velocidade do primeiro corpo quando atinge a posição B indicada na figura. Despreze as dimensões dos corpos e das polias que compõem o sistema, isto é, considere que todos os corpos, na situação inicial, estão à mesma altura. Adote $g = 10$ m/s².



Solução:

Os quatro corpos presos à esteira constituem um sistema de corpos de massa total 4M, sendo M a massa de cada corpo. Adotaremos a linha horizontal que passa por B como nível de referência.

Na figura a, o sistema tem apenas energia potencial ($v_0 = 0$):

$$E_{mec.} = E = 4Mgh \quad ①$$

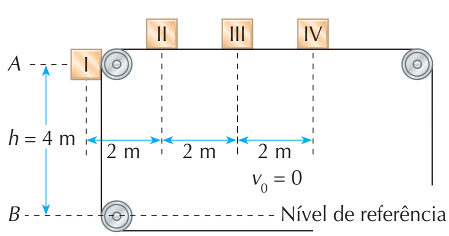


Figura a.

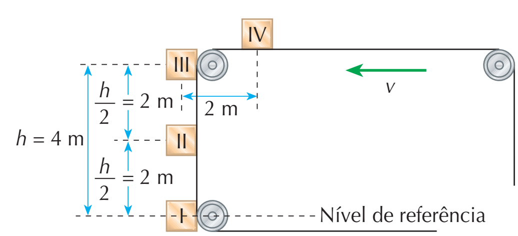


Figura b.

Na figura b, o sistema está em movimento. Além de energia cinética (a esteira e todos os corpos possuem a mesma velocidade v), o sistema apresenta também a energia potencial dos corpos II $\left(\frac{Mgh}{2}\right)$, III ($Mgh$) e IV ($Mgh$).

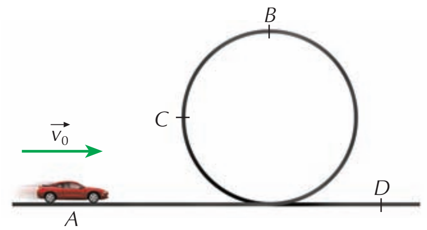
$$E_{mec.} = \frac{4Mv^2}{2} + \frac{Mgh}{2} + Mgh + Mgh = 2Mv^2 + \frac{5}{2}Mgh \quad ②$$

Igualando ① e ②, vem:

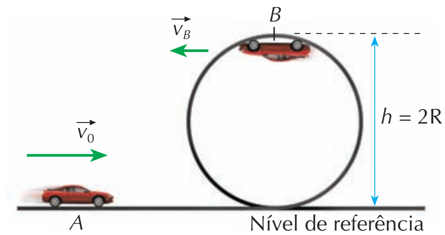
$$4\,Mgh = 2Mv^2 + \frac{5}{2}Mgh \Rightarrow 2Mv^2 = \frac{3}{2}Mgh \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4}gh} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{30} \text{ m/s} \simeq 5{,}5 \text{ m/s}}$$

Resposta: $\sqrt{30}$ m/s ≃ 5,5 m/s

R. 134 Numa superfície plana e polida um carrinho tem velocidade v_0 e percorre a pista curva indicada. Conhecendo-se R, raio da curva da pista, e g, aceleração da gravidade local, determine o menor valor da velocidade inicial para que o fenômeno seja possível. (A curva é chamada *looping*.)



Solução:
O ponto superior B é o mais difícil de toda a trajetória. Considere que o carrinho tenha nesse ponto uma velocidade v_B de modo que ele consiga completar a curva. Pela conservação da energia mecânica:



$$E_{mec.(A)} = E_{mec.(B)}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv_B^2}{2}, \text{ sendo } h = 2R$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg2R + \frac{mv_B^2}{2}$$

Cancelando m e multiplicando todos os termos por 2, obtemos:

$$v_0^2 = 4Rg + v_B^2 \quad ①$$

Nessa equação, $4Rg$ é constante e v_0 varia em função de v_B: quanto menor v_0, menor v_B. A velocidade v_0 será mínima quando v_B também for mínima:

$$v_{0_{mín.}}^2 = 4Rg + v_{B_{mín.}}^2 \quad ②$$

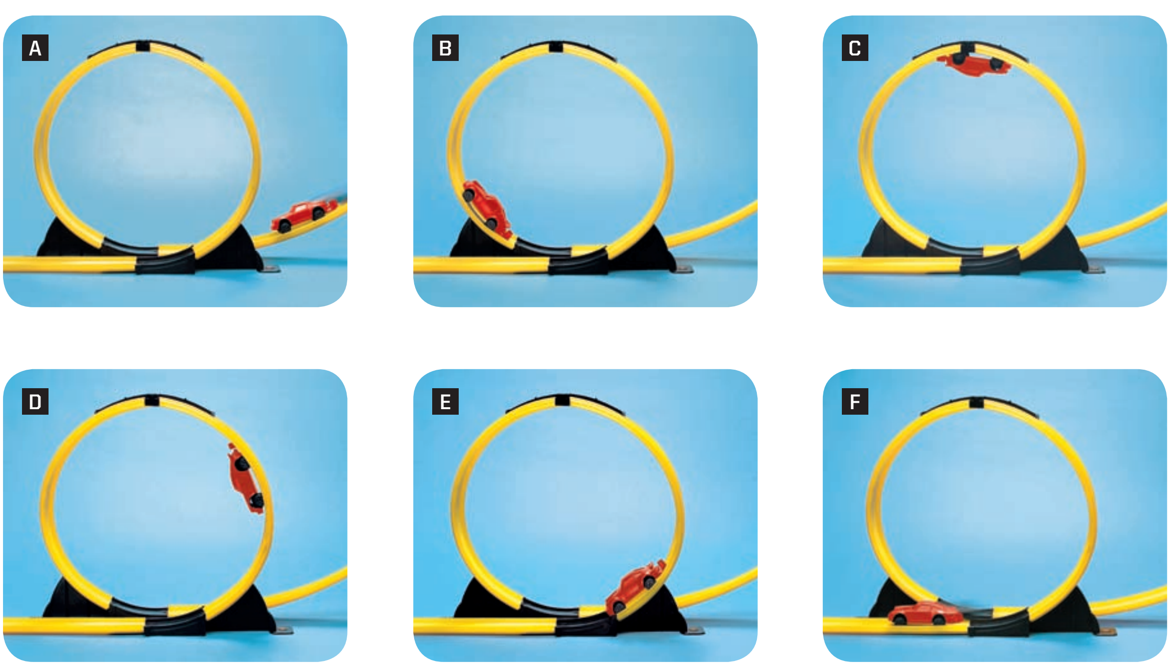
O cálculo de $v_{B_{mín.}}$ é baseado no problema do globo da morte (veja R.112, no capítulo 13, página 258). No ponto superior B, em condições críticas, a aceleração centrípeta $a_{cp} = \frac{v_B^2}{R}$ deve ser a própria aceleração da gravidade g, situação em que a força de contato $\vec{F}_N$ é nula:

$$a_{cp} = g \Rightarrow \frac{v_{B_{mín.}}^2}{R} = g \Rightarrow \boxed{v_{B_{mín}}^2 = Rg}$$

Substituindo na expressão ②, temos:

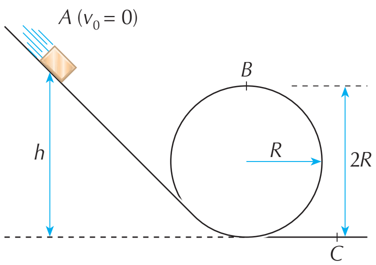
$$v_{0_{mín.}}^2 = 4Rg + v_{B_{mín}}^2 = v_{0_{mín.}}^2 = 4Rg + Rg = 5Rg \Rightarrow \boxed{v_{0_{mín.}} = \sqrt{5Rg}}$$

Resposta: $\sqrt{5Rg}$



Para que possa realizar esse *looping*, o carrinho deve entrar na curva com velocidade no mínimo igual a $\sqrt{5Rg}$ sendo R o raio da curva descrita.

R. 135 Um carrinho cai de uma altura h desconhecida e descreve a trajetória indicada. O raio da curva é conhecido, bem como a aceleração da gravidade g. Determine o menor valor da altura h para que o fenômeno seja possível. Despreze os atritos e a resistência do ar.

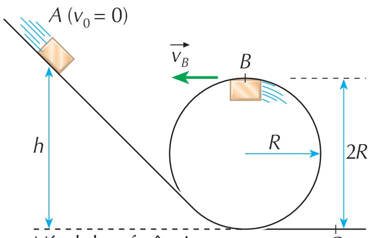


Solução:
Como no problema anterior, o ponto superior B é o mais difícil da trajetória: o móvel deve passar por esse ponto com certa velocidade v_B. Pela conservação da energia mecânica:

$$E_{mec.(A)} = E_{mec.(B)}$$

$$mgh = mg \cdot 2R + \frac{mv_B^2}{2}$$

$$gh = g \cdot 2R + \frac{v_B^2}{2} \quad ①$$



Por essa expressão, h é mínimo quando v_B for mínimo, o que ocorre nas condições analisadas no problema anterior. O ponto B é alcançado em condições críticas quando $F_N = 0$, o que resulta:

$$a_{cp} = g \Rightarrow \frac{v_{B_{mín.}}^2}{R} = g \Rightarrow v_{B_{mín}}^2 = Rg$$

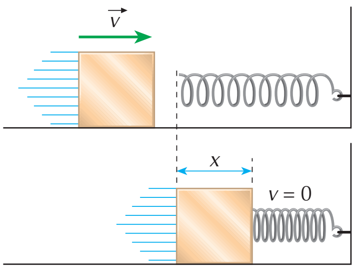
Substituindo em ①, vem:

$$gh_{mín.} = g \cdot 2R + \frac{v_{B_{mín.}}^2}{2} \Rightarrow gh_{mín.} = g \cdot 2R + \frac{Rg}{2} \Rightarrow h_{mín} = 2R + \frac{R}{2} \Rightarrow \boxed{h_{mín} = 2{,}5\ R}$$

Resposta: $h_{mín.} = 2{,}5R$

Observação:
A normal $\vec{F}_N$ só é nula instantaneamente, no ponto superior B. Em qualquer outro ponto, a normal não é nula.

R. 136 Um bloco de massa $m = 4$ kg e velocidade horizontal $v = 0{,}5$ m/s choca-se com uma mola de constante elástica $k = 100$ N/m. Não há atrito entre o bloco e a superfície de contato. Determine a máxima deformação sofrida pela mola.



Solução:
A energia cinética que o bloco possui será transferida integralmente à mola quando esta estiver totalmente comprimida: $E_{c_{corpo}} = E_{p_{mola}}$

Então: $\dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{kx^2}{2}$

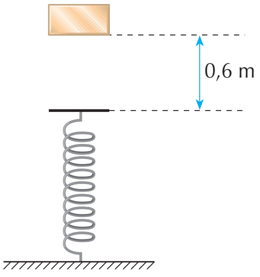
$4 \cdot 0{,}5^2 = 100 \cdot x^2 \Rightarrow \boxed{x = 0{,}10\ \text{m} = 10\ \text{cm}}$

Resposta: 0,10 m ou 10 cm

R. 137 Um corpo de massa 2 kg é abandonado sobre uma mola ideal de constante elástica 50 N/m, como mostra a figura. Considerando $g = 10$ m/s^2 e desprezando as perdas de energia mecânica, determine:

a) a deformação da mola no instante em que a velocidade do corpo é máxima;

b) a velocidade máxima do corpo.



Solução:

a) Inicialmente o corpo cai acelerado sob a ação de seu peso $\vec{P}$ (**fig. A**) até atingir a mola. Em contato com a mola, além do peso, passa a agir no corpo a força elástica $\vec{F}_{elást.}$ cuja intensidade é proporcional à deformação da mola. Enquanto $F_{elást.} < P$, o movimento é acelerado (**fig. B**). Quando $F_{elást.} = P$, o corpo atinge sua velocidade máxima (**fig. C**). A seguir, $F_{elást.} > P$ e o movimento passa a ser retardado (**fig. D**) até a velocidade se anular.

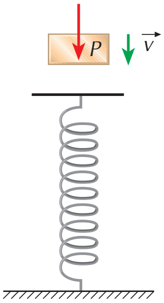


Figura a.

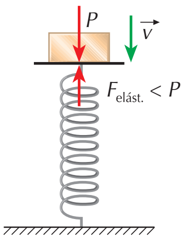


Figura b.

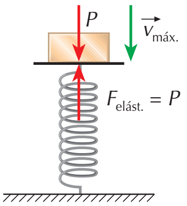


Figura c.

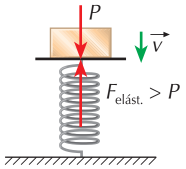


Figura d.

Portanto, a velocidade máxima ocorre quando o movimento passa de acelerado para retardado, e isso acontece quando a intensidade da força elástica se torna igual ao peso do corpo:

$$F_{elást.} = P \Rightarrow kx = mg$$

Sendo $k = 50$ N/m, $m = 2$ kg e $g = 10$ m/s², vem:

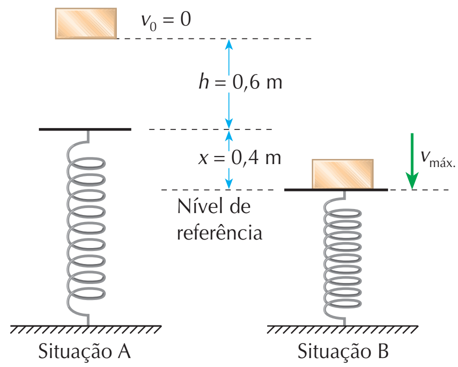
$$50x = 2 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{x = 0{,}4 \text{ m}}$$

b) Em relação ao nível de referência adotado na figura, concluímos que a energia potencial gravitacional inicial do corpo (situação *A*) transforma-se em energia cinética do corpo e em energia potencial elástica (situação *B*)

$$mg \cdot (h + x) = \frac{mv^2_{máx.}}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$2 \cdot 10 \cdot (0{,}6 + 0{,}4) = \frac{2 \cdot v^2_{máx.}}{2} + \frac{50 \cdot (0{,}4)^2}{2}$$

$$\boxed{v_{máx.} = 4 \text{ m/s}}$$

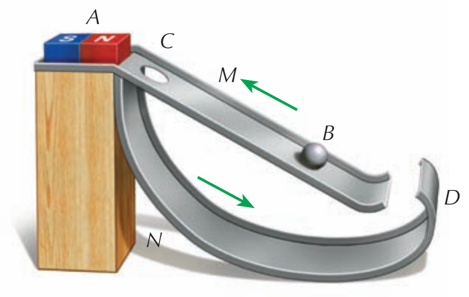


Respostas: a) 0,4 m; b) 4 m/s

O mito do moto-perpétuo

Muitas pessoas, algumas leigas e outras com bom conhecimento científico, tentaram imaginar e construir uma máquina de movimento perpétuo. Essa máquina, por meio apenas de conversões de energia no seu interior, deveria funcionar eternamente, sem nenhum suprimento externo de energia. Entretanto, todas as tentativas se mostraram infrutíferas, pois sempre uma parcela da energia, por mínima que seja, se perde no processo de funcionamento da máquina.

Hoje está cientificamente provado ser impossível a criação de um moto-perpétuo (também conhecido como moto-contínuo), de modo que todos os escritórios de registro de patentes do mundo rejeitam *a priori* projetos de tais máquinas.



Máquina de movimento perpétuo proposta em 1670, por John Wilkins, bispo de Chester: a esfera de ferro *B* sobe a rampa *M*, atraída por um ímã *A*, atinge o buraco *C* e desce pela rampa *N*. Devido à curva em *D*, a esfera retorna à rampa *M*, e o movimento "repete-se indefinidamente". Onde está a impossibilidade prática desse dispositivo?

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

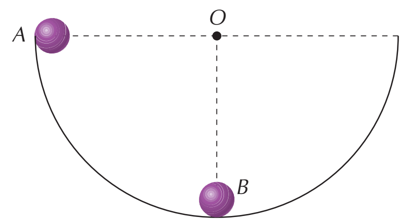
P. 347 Uma pedra de 5 g cai de uma altura de 5 m em relação ao solo. Adote $g = 10$ m/s² e despreze a resistência do ar. Determine a velocidade da pedra quando atinge o solo.

P. 348 Um objeto de 10 g é atirado verticalmente para cima com velocidade de 12 m/s. Adote $g = 10$ m/s² e despreze a resistência do ar. Determine a altura máxima que o objeto atinge.

P. 349 Uma pedra de massa 0,2 kg é atirada verticalmente para baixo de uma torre de altura igual a 25 m com velocidade inicial de 20 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10$ m/s², determine a energia cinética da pedra ao atingir o solo.

P. 350 Um bloco de 2 kg cai no vácuo, a partir do repouso, de uma altura igual a 20 m do solo. Determine as energias cinética e potencial à metade da altura de queda ($g = 10$ m/s²). Considere nula a energia potencial da pedra no solo.

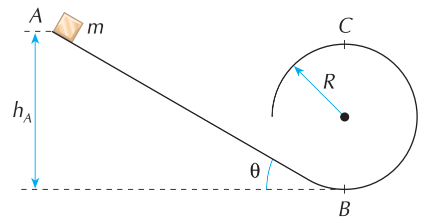
P. 351 Uma pequena esfera, partindo do repouso da posição A, desliza sem atrito sobre uma canaleta semicircular, contida num plano vertical. Determine a intensidade da força normal que a canaleta exerce na esfera quando esta passa pela posição mais baixa B. Dados: massa da esfera (m); aceleração da gravidade (g).



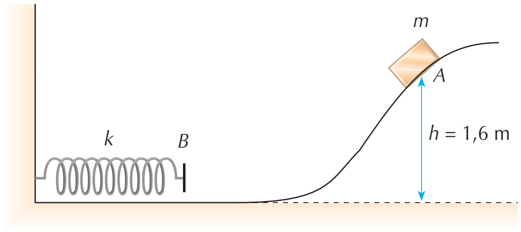
P. 352 (Olimpíada Brasileira de Física) Um bloco de massa m é abandonado sobre o trilho e desliza, a partir do ponto A, como representado na figura ao lado.
O coeficiente de atrito cinético entre o trilho e o bloco no trajeto AB é μ. A seção circular que se inicia no ponto B não tem atrito.

a) Qual a menor velocidade que o bloco deve ter no ponto B para que consiga passar pelo ponto C?

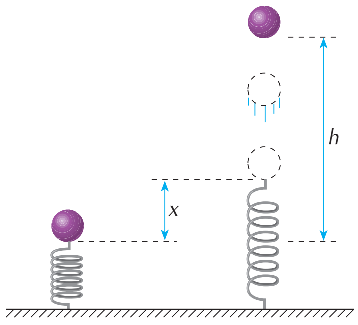
b) Qual a altura h_A para que isso ocorra?



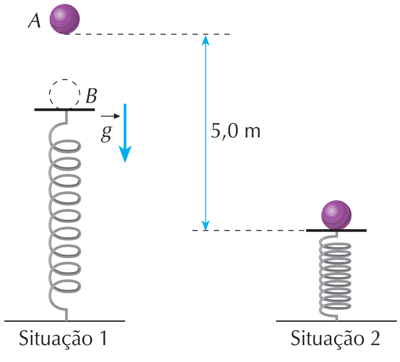
P. 353 (UFPE) Um pequeno bloco, de massa $m = 0,5$ kg, inicialmente em repouso no ponto A, é largado de uma altura de $h = 1,6$ m. O bloco desliza, sem atrito, ao longo de uma superfície e colide, no ponto B, com uma mola de constante elástica $k = 100$ N/m (veja a figura abaixo). Determine a compressão máxima da mola, em cm.
(Use $g = 10$ m/s^2.)



P. 354 Uma mola de constante elástica $k = 1.200$ N/m está comprimida de $x = 10$ cm pela ação de um corpo de 1 kg. Abandonado o conjunto, o corpo é atirado verticalmente, atingindo a altura h. Adote $g = 10$ m/s^2 e despreze a resistência do ar. Determine h.



P. 355 (Vunesp) Na figura abaixo, uma esfera de massa $m = 2$ kg é abandonada do ponto A, caindo livremente e colidindo com o aparador que está ligado a uma mola de constante elástica $k = 2 \cdot 10^4$ N/m. As massas da mola e do aparador são desprezíveis. Não há perda de energia mecânica. Admita $g = 10$ m/s^2. Na situação 2 a compressão da mola é máxima. Determine as deformações da mola quando a esfera atinge sua velocidade máxima e quando ela está na situação 2, medidas em relação à posição inicial B.



Seção 15.4

Diagramas de energia

› Objetivos

- Analisar graficamente a variação das energias cinéticas, potencial e mecânica: em função da posição, num oscilador harmônico; em função do tempo, em uma queda livre.

› Termos e conceitos

- **oscilador harmônico**

A energia potencial de uma mola $E_p = \dfrac{Kx^2}{2}$ é uma função do 2º grau em x, cujo gráfico é uma parábola.

Nos pontos extremos da oscilação do oscilador harmônico (**fig. 8**), a energia mecânica total é a energia potencial. Na posição central a energia potencial é nula e a energia cinética é igual à energia mecânica total. A representação gráfica da energia potencial em função de x é uma parábola; logo, a representação gráfica da energia cinética será também uma parábola, porém invertida, para que a soma da energia potencial com a cinética permaneça constante.

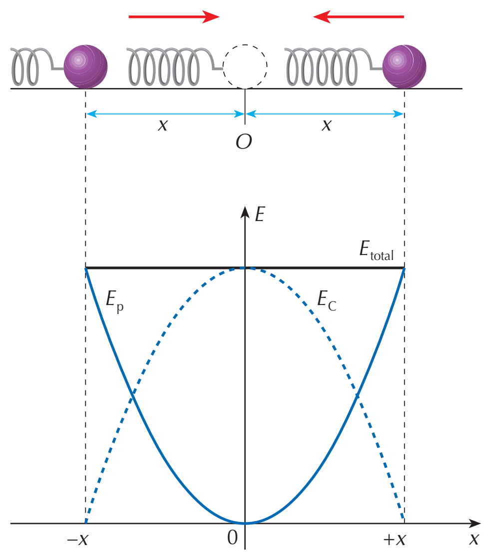


Figura 8.

Considere um corpo em queda sem resistência do ar. Em relação ao solo sua energia potencial é $E_p = Ph$, sendo h uma função do 2º grau em t.

Assim, a representação gráfica da energia potencial gravitacional em função do tempo também é uma parábola. Em consequência, a energia cinética terá por representação gráfica uma parábola invertida para que a soma da energia potencial com a cinética permaneça constante (**fig. 9**). A **figura 10** ilustra outro exemplo.

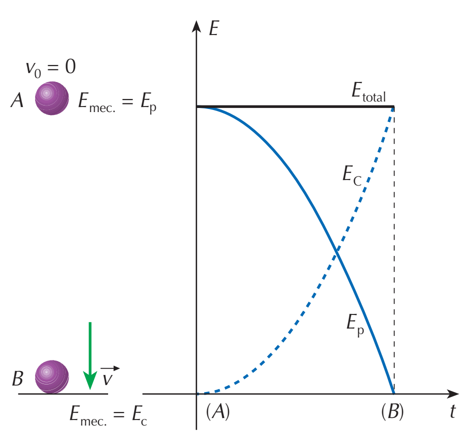


Figura 9.

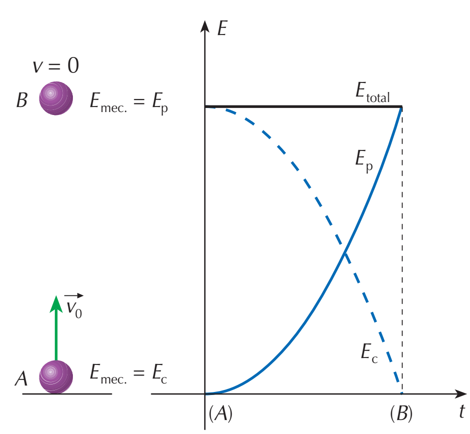


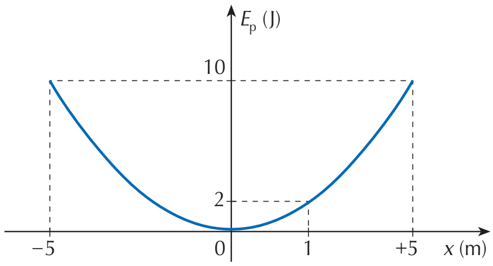
Figura 10.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 138 O gráfico da figura representa a energia potencial em função da posição de um sistema mecânico conservativo. Determine:

a) a energia total do sistema;

b) a energia potencial e a energia cinética quando $x = 1$ m.



Solução:

a) A energia mecânica total corresponde ao valor da máxima energia potencial. Do gráfico: $\boxed{E_{mec.} = 10\ J}$

b) Quando $x = 1$ m, do gráfico temos $\boxed{E_p = 2\ J}$. Como $E_p + E_c = E_{mec.} = 10$ J, vem:

$$E_c = 10 - E_p = 10 - 2 \Rightarrow \boxed{E_c = 8\ J}$$

Respostas: a) 10 J; b) $E_p = 2$ J e $E_c = 8$ J

EXERCÍCIO PROPOSTO

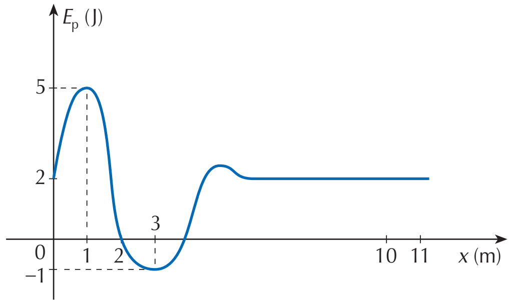
P. 356 O diagrama representa a energia potencial de um sistema mecânico conservativo variando em função da posição x. Sabe-se que, quando $x = 1$ m, o sistema possui apenas energia potencial.
Determine:

a) a energia mecânica total do sistema;

b) a energia potencial e cinética em $x = 2$ m e $x = 3$ m;

c) o tipo de movimento no trecho de $x = 10$ m a $x = 11$ m;

d) o tipo de movimento no trecho de $x = 1$ m a $x = 2$ m.



Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
Animação: *Energia mecânica – conservação e dissipação*

Seção 15.5

Outras formas de energia

Objetivos

- Analisar as diferentes formas de energia.
- Compreender o princípio da conservação de energia.

Termos e conceitos

- energia térmica
- calor
- energia luminosa
- energia química
- energia elétrica
- energia nuclear

A energia mecânica transforma-se passando de potencial a cinética, ou vice-versa, permanecendo constante nos sistemas conservativos. Se atuarem forças dissipativas, haverá energia dissipada correspondente ao trabalho realizado por essas forças.

No arrastamento de um corpo numa superfície, com atrito, a energia dissipada é transferida às suas moléculas e átomos, que sofrem um aumento de energia cinética. Essa energia cinética interna é chamada **energia térmica**.

A energia térmica transferida de um corpo a outro é chamada **calor**. Assim, o calor é **energia térmica em trânsito**. O estudo do calor é feito em **Termologia**, assunto do segundo volume deste curso.

O calor é frequentemente medido em **caloria** (símbolo: **cal**), unidade de energia que se relaciona com o joule da seguinte maneira:

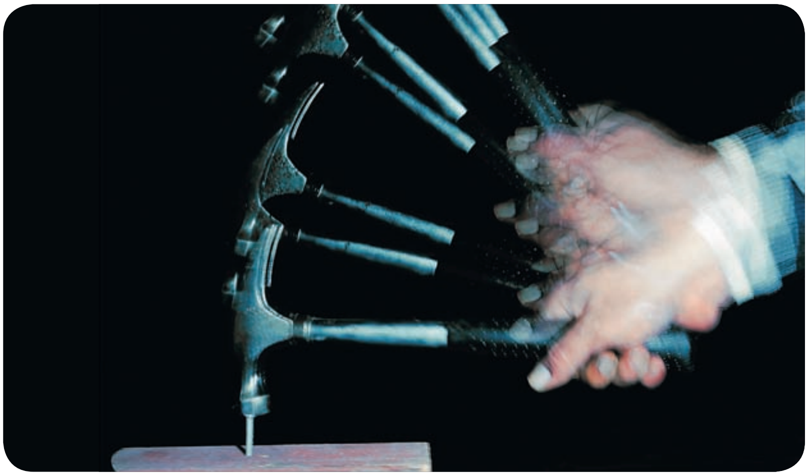
$$1 \text{ cal} = 4{,}1868 \text{ J}$$

A energia pode se manifestar de muitas outras maneiras. Além da mecânica e da térmica, temos a **energia luminosa**, que se propaga sob a forma de ondas eletromagnéticas; a **energia química**, armazenada nas substâncias e liberada nas reações químicas; a **energia elétrica**, associada a cargas elétricas; a **energia nuclear**, relacionada à disposição das partículas no interior do núcleo atômico; etc.

Nos exemplos das seções anteriores analisamos a conservação da energia mecânica. Conhecendo agora outras formas de energia, enunciamos:

Princípio da conservação da energia

A energia não pode ser criada ou destruída, mas unicamente transformada. O aparecimento de certa forma de energia é sempre acompanhado do desaparecimento de outra forma de energia em igual quantidade.

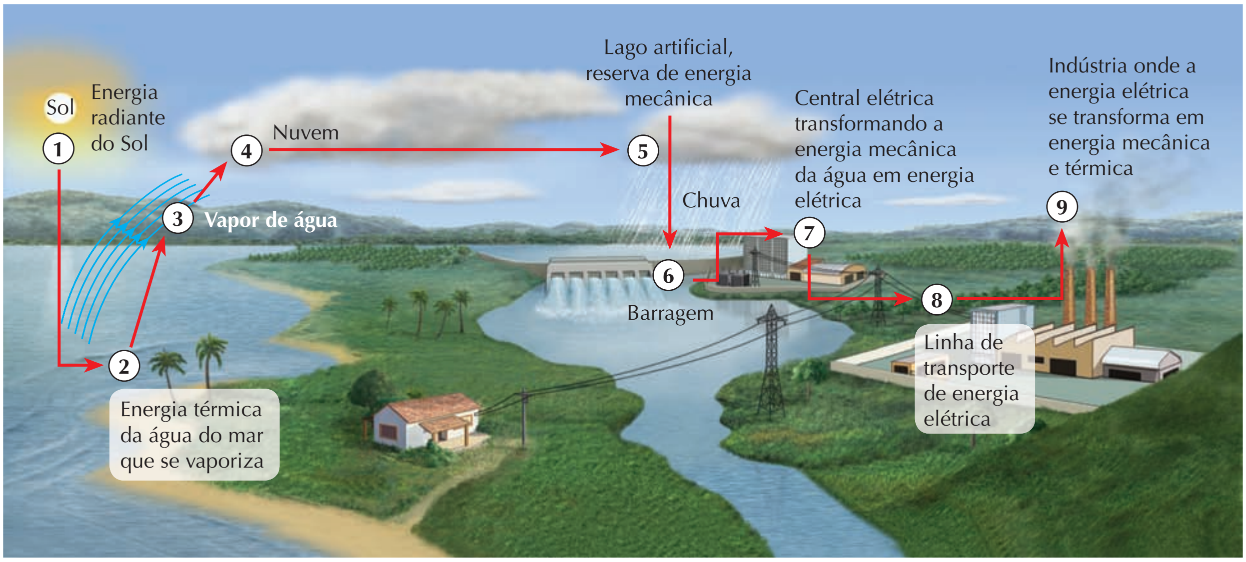


Fotografia estroboscópica de um martelo golpeando um prego. Há diversas formas de energia envolvidas, tais como as energias potencial e cinética do martelo, a energia sonora, produzida no instante do impacto, e a energia térmica, devida à resistência que o material oferece à entrada do prego.

A bola descreve arcos de parábola cada vez mais baixos, após chocar-se com o solo, devido à dissipação de energia.

Além da energia, há outras grandezas que se conservam, em Física, como a quantidade de movimento e a carga elétrica. Os princípios da conservação são importantes e úteis nas análises dos mais diversos fenômenos. Por enquanto, você utilizou apenas a conservação da energia mecânica, pois só estudou esse tipo de energia.

O quadro seguinte indica uma série de transformações energéticas – algumas espontâneas, que ocorrem na Natureza, e outras induzidas pelo ser humano, para seu proveito.

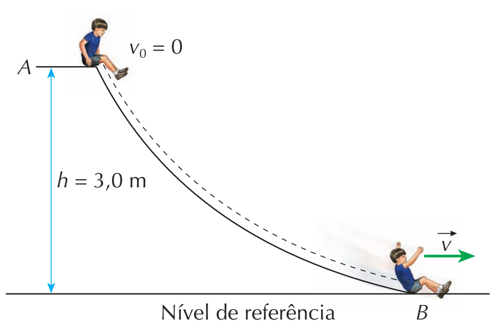


Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
A Física em nosso Mundo: *Fontes convencionais e fontes alternativas de energia.*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 139 Um menino desce num escorregador de altura 3,0 m a partir do repouso e atinge o solo. Supondo que 40% de energia mecânica é dissipada nesse trajeto, determine a velocidade do menino ao chegar ao solo. Considere $g = 10$ m/s^2.

Solução:
Da posição *A* para a posição *B* ocorre uma perda de 40% de energia mecânica. Isso significa que a energia mecânica do menino em *B* é 60% da energia mecânica do menino em *A*:

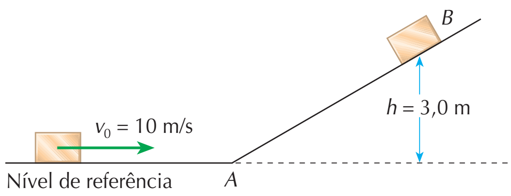


$$E_{mec._B} = 60\% \cdot E_{mec._A} \Rightarrow (E_{p_B} + E_{c_B}) = 60\% \cdot (E_{p_A} + E_{c_A}) \Rightarrow \left(0 + \frac{mv^2}{2}\right) = 0{,}60 \cdot (mgh + 0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot 0{,}60gh \Rightarrow v^2 = 2 \cdot 0{,}60 \cdot 10 \cdot 3{,}0 \Rightarrow v^2 = 36 \Rightarrow \boxed{v = 6{,}0 \text{ m/s}}$$

Resposta: 6,0 m/s

R. 140 Um corpo de massa 1,0 kg move-se horizontalmente com velocidade constante de 10 m/s, num plano sem atrito. Encontra uma rampa e sobe até atingir a altura máxima de 3,0 m. A partir do ponto A, início da subida da rampa, existe atrito. Determine a quantidade de energia mecânica transformada em energia térmica durante a subida do corpo na rampa. Considere $g = 10$ m/s^2.



Solução:
Nesse caso não há conservação da energia mecânica. A transformação de energia mecânica em energia térmica é devida ao atrito.
A energia mecânica transformada em energia térmica é dada pela diferença entre as energias mecânicas inicial ($E_{mec._A}$) e final ($E_{mec._B}$):

$$E_{térm.} = E_{mec._A} - E_{mec._B}$$

Mas:

$E_{mec._A} = E_{p_A} + E_{c_A} = 0 + \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow E_{mec._A} = \frac{1{,}0 \cdot 10^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_{mec._A} = 50\ J}$

$E_{mec._B} = E_{p_B} + E_{c_B} = mgh + 0$ (note que $E_{c_B} = 0$, pois ao atingir altura máxima a velocidade se anula)

$E_{mec._B} = 1{,}0 \cdot 1{,}0 \cdot 3{,}0$

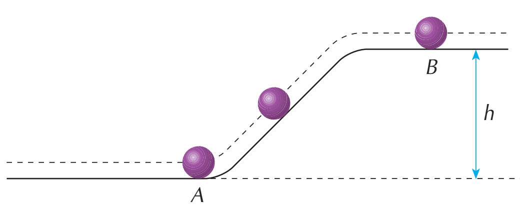
$\boxed{E_{mec._B} = 30\ J}$

Portanto: $E_{térm.} = 50 - 30 \Rightarrow \boxed{E_{térm.} = 20\ J}$

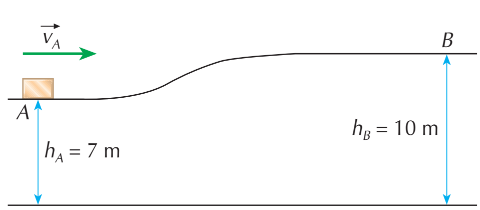
Resposta: 20 J

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 357 Uma esfera movimenta-se num plano horizontal subindo em seguida uma rampa, conforme a figura. Com qual velocidade a esfera deve passar pelo ponto A para chegar a B com velocidade de 4 m/s? Sabe-se que no percurso AB há uma perda de energia mecânica de 20%.
(Dados: $h = 3{,}2$ m; $g = 10$ m/s^2.)



P. 358 Um pequeno bloco de 0,4 kg de massa desliza sobre uma pista, de um ponto A até um ponto B, conforme a figura abaixo ($g = 10$ m/s^2). Se as velocidades do bloco nos pontos A e B têm módulos iguais a 10 m/s e 5 m/s, respectivamente, determine para o trecho AB:
a) a quantidade de energia mecânica transformada em térmica;
b) o trabalho realizado pela força de atrito.

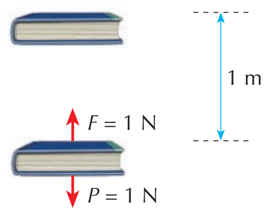


Valores de energia

Uma força de intensidade 1 N equivale ao peso de um corpo de massa 100 g. De fato, de $P = mg$, sendo $m = 100$ g = 0,1 kg e $g = 10$ m/s^2, temos:

$$P = 0{,}1 \cdot 10 \Rightarrow P = 1\ \text{N}$$

Imagine que um livro de peso 1 N seja elevado a uma altura de 1 m em movimento uniforme. Significa que a força $\vec{F}$ que ergue o livro tem também intensidade 1 N. O trabalho da força $\vec{F}$ neste deslocamento de 1 m é de 1 J.



Um corpo de massa 100 g, situado a 1 m do solo, possui energia potencial gravitacional de 1 J em relação ao solo. Desprezada a resistência do ar, abandonando-se o corpo, ele atinge o solo com energia cinética de 1 J e velocidade aproximadamente de 4,5 m/s ou 16 km/h.

Um carro de massa 1.000 kg, com velocidade de 10 m/s ou 36 km/h, possui a energia cinética de 50.000 J ou 50 kJ. É a mesma energia cinética que o carro teria, ao atingir o solo, se caísse de uma altura de 5 m. Se sua velocidade fosse de 20 m/s ou 72 km/h, sua energia cinética seria de 200.000 J = 200 kJ, equivalente à energia cinética de uma queda de 20 m de altura. Por isso, bater num muro a 72 km/h pode produzir o mesmo efeito que uma queda de 20 m de altura.

A energia de $3{,}6 \cdot 10^6$ J equivale a 1 kWh (quilowatt-hora). Um chuveiro elétrico de potência 3 kW, funcionando durante 20 min, consome uma energia elétrica de 1 kWh. Para consumir a energia elétrica de 1 kWh uma lâmpada de 40 W deveria ficar acesa durante 25 h. Já um ferro elétrico de potência 500 W consome a energia de 1 kWh se ficar ligado durante 2 h.

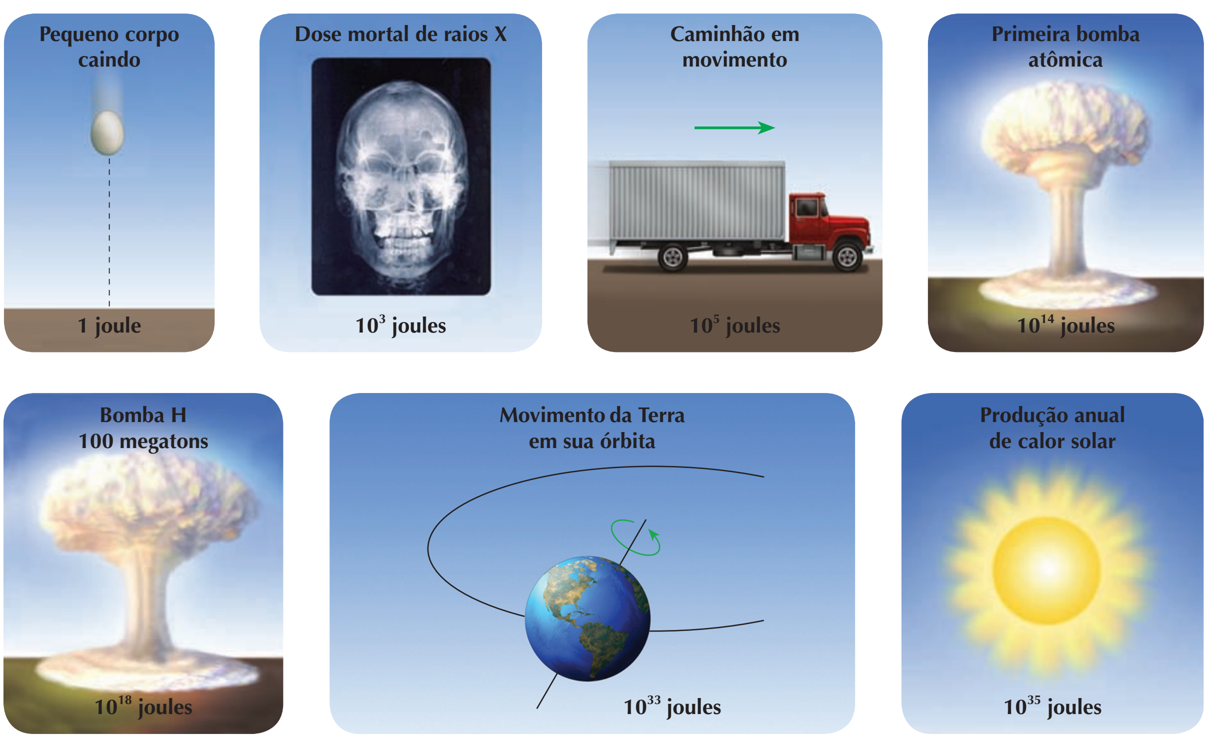
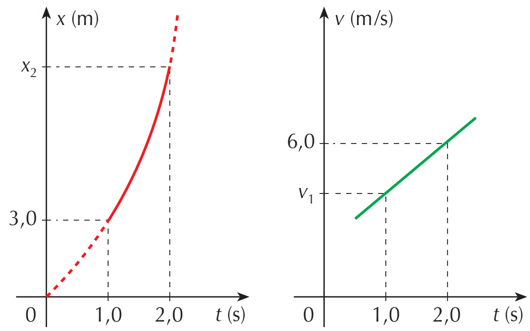
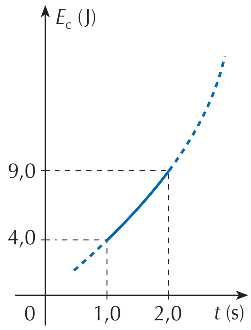


Figura 11. Ordem de grandeza de algumas quantidades de energia.

P. 359 (UFC-CE) Os gráficos da posição $x(t)$, da velocidade instantânea $v(t)$ e da energia cinética $E_c(t)$, de uma partícula, em função do tempo, são mostrados nas figuras abaixo.





Determine:

a) a velocidade da partícula em t = 1,0 s;

b) a aceleração instantânea da partícula;

c) a força resultante que atua na partícula;

d) o valor da posição da partícula em t = 2,0 s;

e) a velocidade média no intervalo de tempo entre t_1 = 1,0 s e t_2 = 2,0 s.

P. 360 (Fuvest-SP) Um bloco de 1,0 kg de massa é posto a deslizar sobre uma mesa horizontal com energia cinética inicial de 2,0 joules (dado: g = 10 m/s²). Devido ao atrito entre o bloco e a mesa ele para, após percorrer a distância de 1,0 m. Pergunta-se:

a) Qual é o coeficiente de atrito, suposto constante, entre a mesa e o bloco?

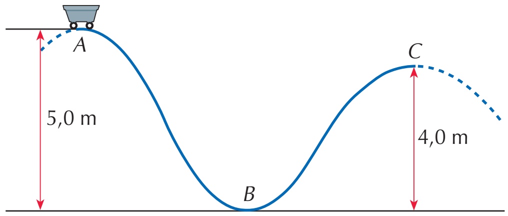
b) Qual é o trabalho efetuado pela força de atrito?

P. 361 (UFPE) Um pequeno projétil, de massa m = 60 g, é lançado da Terra com velocidade de módulo v_0 = 100 m/s, formando um ângulo de 30° com a horizontal.
Considere apenas o movimento ascendente do projétil, ou seja, desde o instante do seu lançamento até o instante no qual ele atinge a altura máxima. Calcule o trabalho, em joules, realizado pela gravidade terrestre (força peso) sobre o projétil durante este intervalo de tempo. Despreze a resistência do ar ao longo da trajetória do projétil.

P. 362 (Fuvest-SP) Numa montanha-russa um carrinho de 300 kg de massa é abandonado do repouso de um ponto A, que está a 5,0 m de altura (dado: g = 10 m/s²). Supondo-se que o atrito seja desprezível, pergunta-se:

a) o valor da velocidade do carrinho no ponto B;

b) a energia cinética do carrinho no ponto C, que está a 4,0 m de altura.

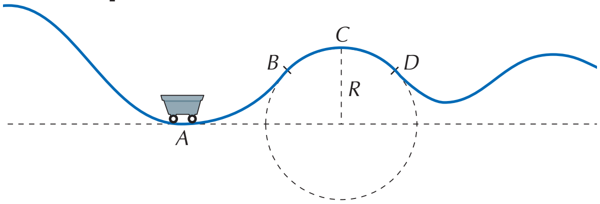


P. 363 (Unicamp-SP) Um carrinho de massa m = 300 kg percorre uma montanha-russa cujo trecho BCD é um arco de circunferência de raio R = 5,4 m, conforme a figura. A velocidade do carrinho no ponto A é v_A = 12 m/s. Considerando g = 10 m/s² e desprezando o atrito, calcule:

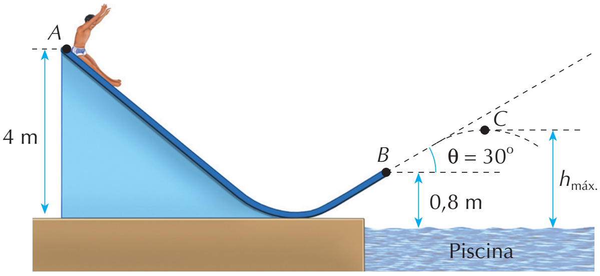
a) a velocidade do carrinho no ponto C;

b) a aceleração do carrinho no ponto C;

c) a força feita pelos trilhos sobre o carrinho no ponto C.



P. 364 (Ufla-MG) Um parque aquático tem um toboágua, conforme mostra a figura abaixo. Um indivíduo de 60 kg desliza pelo toboágua a partir do ponto A, sendo lançado numa piscina de uma altura de 0,8 m, ponto B, numa direção que faz ângulo de 30° com a horizontal.



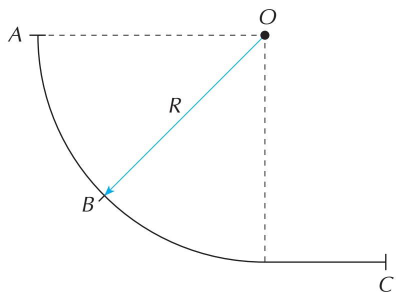
Considerando o atrito desprezível, g = 10 m/s² e $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, calcule:

a) a velocidade do indivíduo ao deixar o toboágua no ponto B;

b) a energia cinética do indivíduo no ponto mais alto da trajetória, ponto C;

c) a altura do ponto C, $h_{máx.}$.

P. 365 (UFF-RJ) A figura abaixo mostra uma rampa de *skate* constituída de um trecho curvo que corresponde a um quarto de circunferência de raio R, e de um trecho plano horizontal. Os três pontos A, B e C, indicados no esquema abaixo, se encontram localizados, respectivamente, no topo, no meio do trecho curvo e no trecho plano da pista de *skate*.

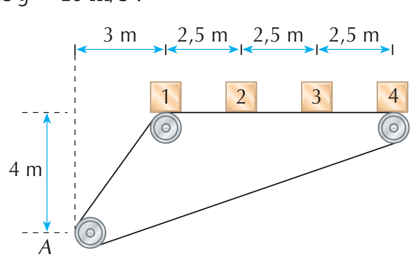


Para a análise desse movimento, o jovem, junto com sua prancha de *skate*, pode ser tratado como uma partícula de massa total M. Admita, também, que os efeitos de forças dissipativas sobre o movimento dessa partícula possam ser ignorados.

a) Indique e identifique, na figura, as forças que atuam sobre a partícula:
  - **I.** quando ela se encontra no ponto A;
  - **II.** quando ela se encontra no ponto B.

b) Obtenha, em função de R, M e g (aceleração da gravidade local):
  - **I.** a velocidade da partícula no instante em que ela alcança o ponto C;
  - **II.** o módulo da força exercida pela rampa sobre a partícula, quando esta se encontra no ponto B.

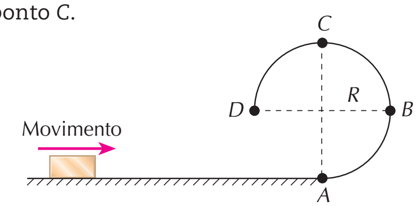
P. 366 Quatro corpos, considerados pontos materiais, de massas m iguais, estão sobre uma esteira transportadora que se encontra parada e travada na posição indicada na figura. O corpo 1 está no início da descida e as massas da esteira e dos roletes podem ser consideradas desprezíveis, quando comparadas com as massas dos quatro corpos.
Num determinado instante destrava-se o sistema e a esteira começa a movimentar-se, transportando os corpos sem escorregamento. Calcule a velocidade do corpo 1 quando deixar a esteira no ponto A. Adote $g = 10\ m/s^2$.



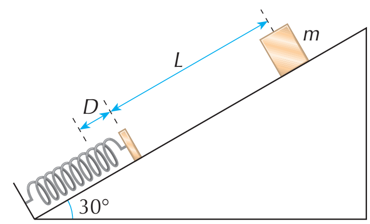
P. 367 (Unirio-RJ) Um bloco de massa $m = 2{,}0$ kg, apresentado no desenho abaixo, desliza sobre um plano horizontal com velocidade de 10 m/s. No ponto A, a superfície passa a ser curva, com raio de curvatura 2,0 m. Suponha que o atrito seja desprezível ao longo de toda a trajetória e que $g = 10\ m/s^2$. Determine, então:

a) a aceleração centrípeta no ponto B;

b) a reação da superfície curva sobre o bloco no ponto C.



P. 368 (Covest-PE) Um bloco de massa $m = 100$ g, inicialmente em repouso sobre um plano inclinado de 30°, está a uma distância L de uma mola ideal de constante elástica $k = 200$ N/m. O bloco é então solto e quando atinge a mola fica preso nela, comprimindo-a até um valor máximo D. Despreze o atrito entre o plano e o bloco. Supondo que $L + D = 0{,}5$ m, qual o valor, em centímetros, da compressão máxima da mola? (Dados: $g = 10\ m/s^2$; sen 30° = 0,50.)



P. 369 (Unicamp-SP) *Bungee jumping* é um esporte radical, muito conhecido hoje em dia, em que uma pessoa salta de uma grande altura, presa a um cabo elástico. Considere o salto de uma pessoa de 80 kg. A velocidade máxima atingida pela pessoa durante a queda livre é de 20 m/s. A partir desse instante, a força elástica do cabo começa a agir. O cabo atinge o dobro de seu comprimento normal quando a pessoa atinge o ponto mais baixo de sua trajetória. Para resolver as questões abaixo, despreze a resistência do ar e considere $g = 10\ m/s^2$.

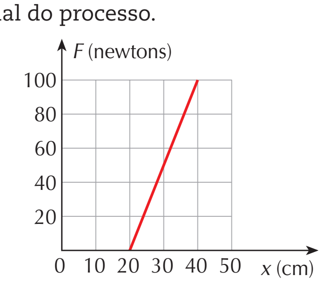
a) Calcule o comprimento normal do cabo.

b) Determine a constante elástica do cabo.

P. 370 (Fuvest-SP) Uma mola pendurada num suporte apresenta comprimento igual a 20 cm. Na sua extremidade livre dependura-se um balde vazio, cuja massa é 0,50 kg. Em seguida coloca-se água no balde até que o comprimento da mola atinja 40 cm. O gráfico ilustra a força que a mola exerce sobre o balde, em função do seu comprimento. Pede-se:

a) a massa de água colocada no balde;

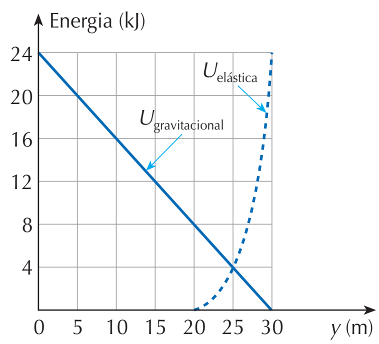
b) a energia potencial elástica acumulada na mola no final do processo.



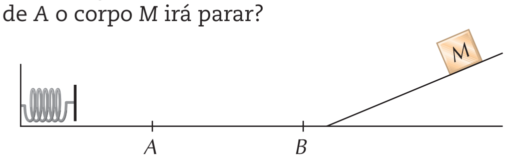
P. 371 (Vunesp) Um praticante de esporte radical, amarrado a uma corda elástica, cai de uma plataforma, a partir do repouso, seguindo uma trajetória vertical. A outra extremidade da corda está presa na plataforma. A figura mostra dois gráficos que foram traçados desprezando-se o atrito do ar em toda a trajetória. O primeiro é o da energia potencial gravitacional, $U_{gravitacional}$, do praticante em função da distância y entre ele e a plataforma, sendo que o potencial zero foi escolhido em y = 30 m. Nesta posição, o praticante atinge o maior afastamento da plataforma, quando sua velocidade se reduz, momentaneamente, a zero. O segundo é o gráfico da energia armazenada na corda, $U_{elástica}$, em função da distância entre suas extremidades.
Determine:

a) o peso P do praticante e o comprimento L_0 da corda, quando não está esticada;

b) a constante elástica k da corda.



P. 372 (Olimpíada Brasileira de Física) Um corpo de massa M igual a 2 kg é abandonado de uma certa altura de um plano inclinado e atinge uma mola ideal de constante elástica igual a 900 N/m, deformando-a de 10 cm. Entre os pontos A e B, separados 0,50 m, existe atrito cujo coeficiente de atrito vale 0,10. As outras regiões não possuem atrito. A que distância de A o corpo M irá parar?

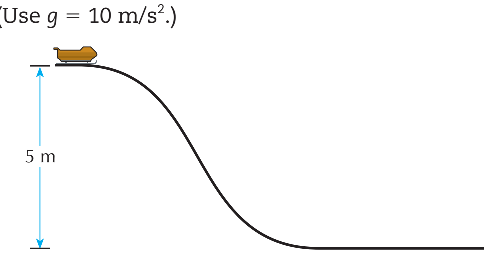


P. 373 (UFRRJ) Um trenó de massa 50 kg desliza em uma rampa, partindo de uma altura de 5 m em relação à parte plana mostrada na figura. Ele chega à base da rampa com velocidade de 6 m/s.

a) Qual o trabalho realizado pelo atrito?

b) Com que velocidade ele deveria partir da base para atingir o topo da rampa?

(Use $g = 10\ m/s^2$.)

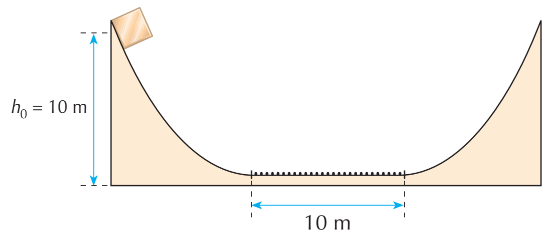


P. 374 (Ufla-MG) Um bloco de massa $m = 5$ kg encontra-se numa superfície curva a uma altura $h_0 = 10$ m do chão, como mostra a figura. Na região plana da figura, de comprimento 10 m, existe atrito. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o chão é $\mu = 0,1$. O bloco é solto a partir do repouso. Adote $g = 10\ m/s^2$.

a) Indique num diagrama as forças sobre o bloco quando este se encontra na parte curva e na parte plana da trajetória.

b) Calcule a altura máxima que o bloco irá atingir quando chegar pela primeira vez à parte curva da direita.

c) Quantas vezes o bloco irá passar pelo plano antes de parar definitivamente?



P. 375 (Vunesp) Uma esfera de aço de $3,0 \cdot 10^{-2}$ kg, abandonada de uma altura de 2,0 m, cai sobre uma superfície plana, horizontal, rígida, e volta atingindo a altura máxima de 0,75 m. Despreze a resistência do ar e admita $g = 10\ m/s^2$.

a) Qual é a energia dissipada no choque da esfera contra a superfície?

b) Qual deveria ser o valor da velocidade vertical inicial da esfera para que, na volta, ela atingisse a posição inicial?

P. 376 (UFSCar-SP) Num tipo de brinquedo de um parque de diversões, uma pessoa é içada por um cabo de aço até uma determinada altura, estando presa a um segundo cabo. Solta do cabo que a içou, passa a oscilar como um pêndulo simples. Considere uma pessoa de 60 kg que, solta com velocidade nula da altura de 53 m em relação ao solo, passa pelo ponto mais próximo do solo a apenas 2 m e sobe até atingir a altura de 43 m, quando sua velocidade se anula novamente. Nesse percurso completa meia oscilação. Adote $g = 10\ m/s^2$.

a) Qual é o valor da energia mecânica dissipada na oscilação da pessoa entre os dois pontos mais afastados do solo, descritos no problema?

b) Esse brinquedo permite que até três pessoas realizem o "voo" conjuntamente, presas à extremidade do mesmo cabo de aço. Se, em vez de apenas uma pessoa de 60 kg, fossem três pessoas de 60 kg cada que estivessem oscilando juntas e, considerando desprezível todo tipo de atrito envolvido no movimento, mostre o que ocorreria com a velocidade do grupo de pessoas, no ponto mais próximo ao solo, comparada com a velocidade de uma pessoa sozinha passando por esse mesmo ponto.