

Capítulo

11

Reflexão da luz. Espelhos planos

Os espelhos planos são superfícies planas e polidas, capazes de refletir regularmente a luz. As imagens de objetos reais formadas nesses espelhos são virtuais.

▶ 11.1 Reflexão da luz. Leis da reflexão

Quando a luz incide na superfície lisa de um corpo opaco, o fenômeno óptico predominante é a reflexão regular.

▶ 11.2 Imagens em um espelho plano

Em um espelho plano, objeto e imagem têm as mesmas dimensões e equidistam da superfície refletora.

▶ 11.3 Deslocamento de um espelho plano

O deslocamento de um espelho produz o movimento simultâneo da imagem que ele conjuga.

▶ 11.4 Imagens de um objeto entre dois espelhos planos

As diversas reflexões da luz em dois espelhos planos produzem um conjunto de imagens para um único objeto.

Podemos perceber a reflexão regular da luz em outras superfícies que não os espelhos. Na superfície de um lago cuja água se encontra em repouso podemos observar a reflexão regular da luz proveniente de um objeto que se encontra na margem. Objeto e imagem têm mesmo tamanho e são simétricos em relação à superfície refletora.



Objetivos

- ▶ Analisar o fenômeno da reflexão regular.
- ▶ Enunciar as leis da reflexão.

Termos e conceitos

- superfície refletora
- ângulo de incidência
- ângulo de reflexão
 - reta normal
 - estigmático
 - astigmático

Vimos que a luz, propagando-se num meio 1 e incidindo sobre a superfície S de separação com um meio 2, apresenta simultaneamente os fenômenos: reflexão regular, reflexão difusa, refração e absorção.

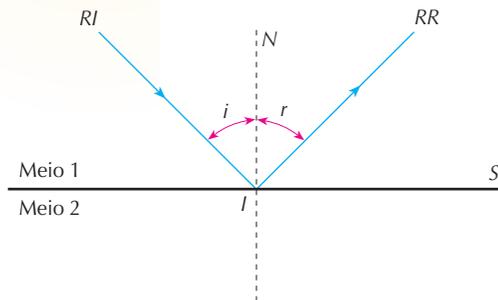
A reflexão regular é o fenômeno predominante quando o meio 2 é opaco e a superfície de separação S é polida. Nessas condições, a superfície S recebe o nome de **superfície refletora** ou **espelho**.

De acordo com a forma da superfície S , os espelhos podem ser planos ou curvos (esféricos, parabólicos etc.).

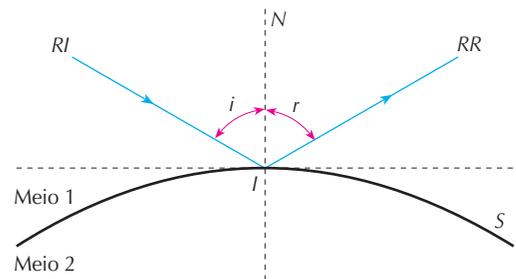
Nos espelhos comumente usados, a superfície refletora é obtida pela deposição de uma película de prata sobre uma das faces de uma lâmina de vidro. Essa lâmina tem por finalidade proteger a película refletora e, no caso dos espelhos curvos, facilitar a obtenção da curvatura desejada.

Consideremos a reflexão de um raio de luz numa superfície S (fig. 1). Seja RI o raio incidente no ponto I da superfície S , o qual forma com a normal à superfície (N) o ângulo de incidência i . O raio refletido RR , que se individualiza após a reflexão, forma com a normal N o ângulo de reflexão r .

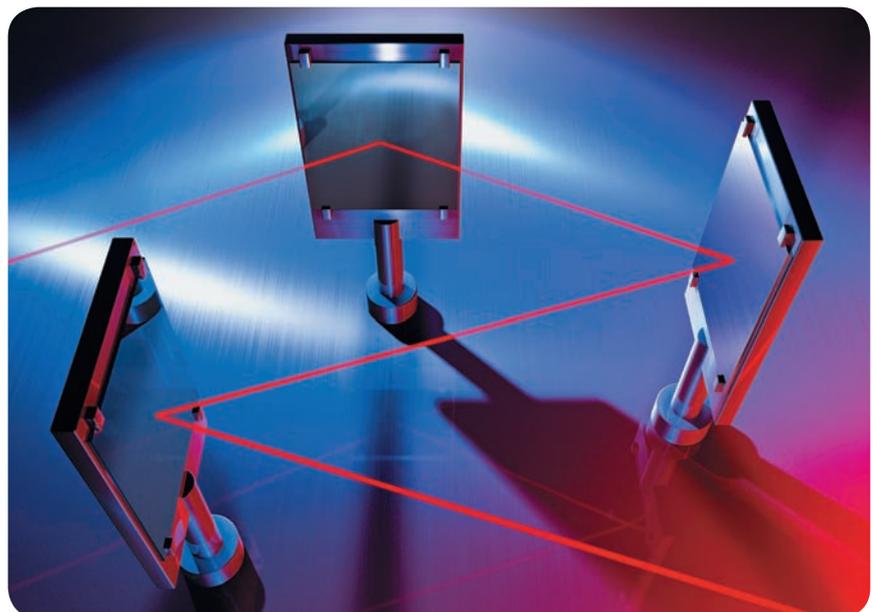
A S : superfície plana



B S : superfície curva



▲ **Figura 1.** Reflexão da luz: RI – raio incidente; RR – raio refletido; I – ponto de incidência; N – normal a S no ponto I ; i – ângulo de incidência; r – ângulo de reflexão.



Feixe de *laser* sendo refletido por espelhos planos. ▶

A reflexão da luz é regida pelas leis enunciadas a seguir.

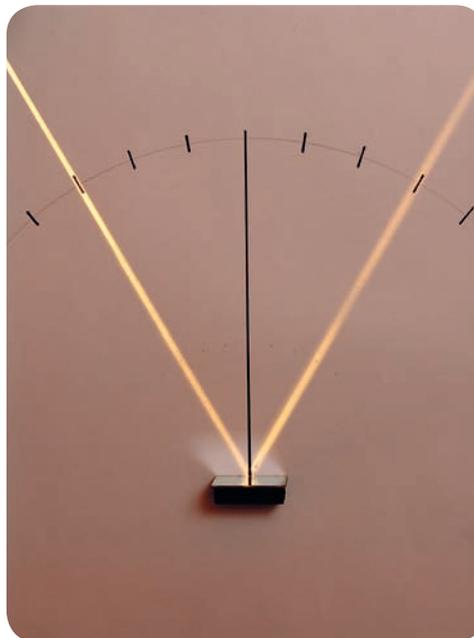
Primeira lei:

O raio refletido, a normal e o raio incidente estão situados no mesmo plano.

Segunda lei:

O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência: $r = i$.

Com o auxílio dessas leis, explicaremos a formação de imagens nos espelhos planos e nos esféricos.



Os ângulos de reflexão e de incidência são iguais. ▶

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 67 Um raio de luz incide num espelho plano, formando com sua superfície um ângulo de 40° . Qual é o correspondente ângulo de reflexão?

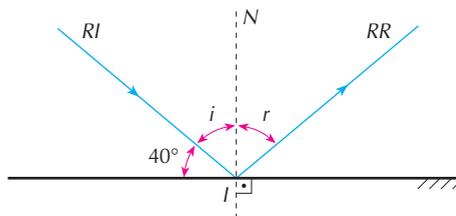
Solução:

Sendo N normal à superfície do espelho, temos:

$$40^\circ + i = 90^\circ \Rightarrow i = 50^\circ$$

Mas como $r = i$, temos: $r = 50^\circ$

Resposta: $r = 50^\circ$

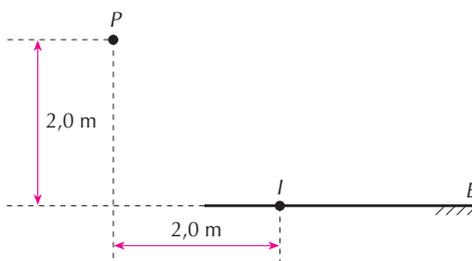


EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 226 Um raio de luz reflete-se num espelho plano. O ângulo entre os raios incidente e refletido é de 40° . Determine o ângulo de incidência e o ângulo que o raio refletido forma com a superfície do espelho.

P. 227 O ângulo que o raio de luz refletido forma com um espelho plano é a metade do ângulo de incidência. Determine o ângulo de reflexão.

P. 228 Um raio de luz incide no ponto I de um espelho plano E e, após a reflexão, passa pelo ponto P . Determine o ângulo de incidência.



Objetivos

- ▶ Compreender a formação de imagens de pontos e objetos extensos nos espelhos planos.
- ▶ Determinar o campo visual de um espelho plano em relação a um observador.

Termos e conceitos

- ponto-imagem
- ponto-objeto
- ponto real
- ponto virtual
- enantiomorfismo
- campo visual

1 Imagem de um ponto

Considere um ponto P luminoso ou iluminado colocado na frente de um espelho plano E . Os raios de luz refletidos pelo espelho e provenientes de P podem ser determinados pelas leis da reflexão. Sejam, por exemplo, os seguintes raios incidentes (fig. 2):

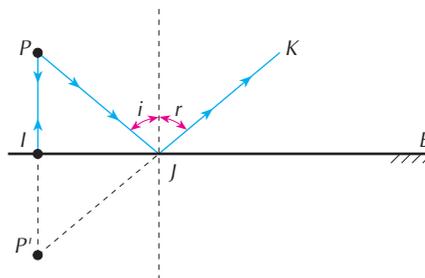


Figura 2. $PI = P'I$

1ª) **raio incidente PI normal** ao espelho ($i = 0^\circ$) – o raio refletido IP é também normal ao espelho ($r = i = 0^\circ$);

2ª) **raio incidente PJ qualquer** – o raio refletido JK é tal que $r = i$.

A interseção dos prolongamentos dos raios refletidos IP e JK determina um ponto P' . Da igualdade entre os triângulos PIJ e $P'IJ$ resulta:

$$PI = P'I$$

Ou seja: P e P' são pontos equidistantes do espelho.

Por outro lado, sendo qualquer o raio incidente PJ , podemos concluir:

Os prolongamentos de todos os raios refletidos no espelho, provenientes de P , passam por P' (fig. 3).

Quando o feixe refletido no espelho chega aos olhos de um observador (fig. 3), esse feixe parece originar-se em P' . Assim, o observador vê P' .

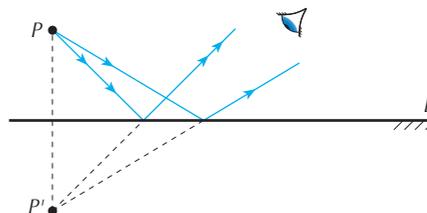


Figura 3. Os prolongamentos dos raios refletidos passam por P' .

O ponto P' , definido pela interseção de raios emergentes do espelho, é denominado **ponto-imagem**, em relação ao espelho. O ponto P , definido pela interseção de raios incidentes sobre o espelho, é denominado **ponto-objeto**, em relação ao espelho.

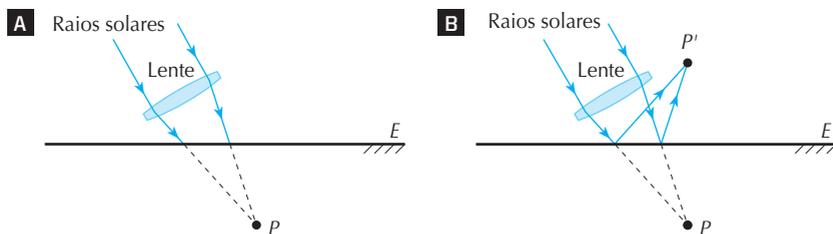
O ponto P , definido pela **interseção efetiva dos raios incidentes sobre o espelho**, é um **ponto-objeto real**. O ponto P' , definido pela **interseção dos prolongamentos dos raios emergentes** (refletidos), é um **ponto-imagem virtual**.

Genericamente, temos:

Ponto real – interseção efetiva de raios luminosos.

Ponto virtual – interseção de prolongamentos de raios luminosos.

Considere um feixe de luz convergente incidindo sobre o espelho, como se representa na **figura 4A**. Os correspondentes raios refletidos são mostrados na **figura 4B**. O ponto-objeto P é definido pelo cruzamento de prolongamentos de raios incidentes, sendo, pois, virtual. O ponto P' é um ponto-imagem real, pois é definido pela interseção efetiva dos raios refletidos.



◀ **Figura 4.** A um ponto-objeto virtual P corresponde, no espelho plano, um ponto-imagem real P' .

Portanto, no espelho plano, quando o objeto é virtual, a imagem é real.

Os pontos-imagens reais, por serem definidos pela interseção efetiva de raios emergentes, podem ser projetados sobre anteparos.

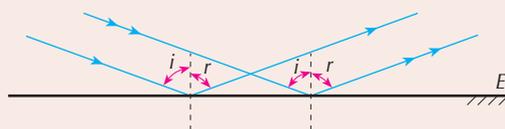
Resumindo:

Espelho plano

- O ponto-objeto P e o ponto-imagem P' são equidistantes do espelho.
- Pontos-objetos e pontos-imagens têm naturezas contrárias: se o objeto é real, a imagem é virtual e vice-versa.

Observação

- 1ª) O ponto-objeto P e o ponto-imagem P' são **simétricos** em relação ao espelho, pois estão numa mesma perpendicular à superfície do espelho e são equidistantes dessa superfície, estando um de um lado e o outro do lado oposto.
- 2ª) O espelho plano é um sistema **estigmático**, isto é, a um ponto-objeto conjuga um único ponto-imagem. Existem sistemas que a um ponto-objeto conjugam uma mancha luminosa. Tais sistemas são ditos **astigmáticos**.
- 3ª) Os conceitos de ponto-objeto e ponto-imagem, real ou virtual, são válidos para outros sistemas ópticos (espelhos esféricos, dioptrios, lentes etc.).
- 4ª) Se o feixe incidente sobre o espelho plano for paralelo, o correspondente feixe refletido é também paralelo (**fig. 5**). Nesse caso, dizemos que o ponto-objeto e o ponto-imagem são **pontos impróprios**.



◀ **Figura 5.** Ponto-objeto e ponto-imagem são pontos impróprios.

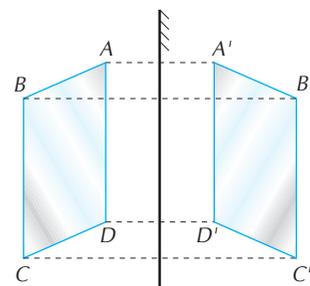
Entre na rede No endereço eletrônico <http://br.geocities.com/saladefisica3/laboratorio/plano/plano.htm> (acesso em agosto/2009) você pode verificar as propriedades da formação de imagens num espelho plano.

2 Imagem de um objeto extenso

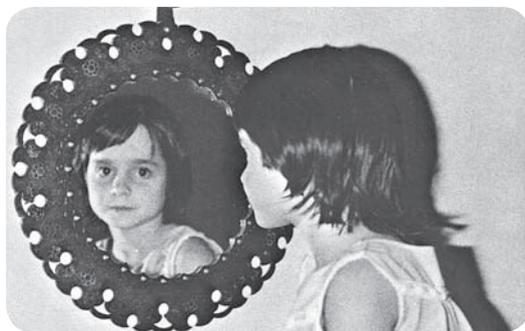
Um objeto extenso é um conjunto de pontos-objeto (A, B, C, \dots) . A esses pontos, o espelho conjuga pontos-imagem simétricos (A', B', C', \dots) que constituem a imagem do objeto extenso (fig. 6). Decorre desse fato que objeto e imagem têm as mesmas dimensões e equidistam do espelho.

Quando o objeto extenso é assimétrico (**não admite nenhum plano que o divida em duas partes iguais**), a imagem obtida **não se superpõe** ao objeto. Por exemplo, a imagem da mão direita colocada na frente do espelho é uma mão esquerda. Nesse caso, objeto e imagem no espelho plano constituem figuras **enantiomorfas** (“formas contrárias”).

A foto abaixo à direita mostra como aparece no espelho plano a imagem de uma palavra escrita. O espelho plano não inverte a imagem, apenas troca a direita pela esquerda e vice-versa.



▲ Figura 6. Imagem e objeto têm dimensões iguais e são equidistantes do espelho.



▲ O espelho plano fornece, de um objeto real, imagem virtual e de mesmas dimensões.



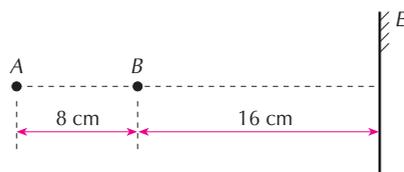
▲ A imagem e o objeto no espelho plano são figuras enantiomorfas.

Entre na rede No endereço eletrônico <http://www.ludoteca.if.usp.br/ripe/> (acesso em agosto/2009), clicando em “Espelho Plano” você pode simular a formação de imagens em espelhos planos.

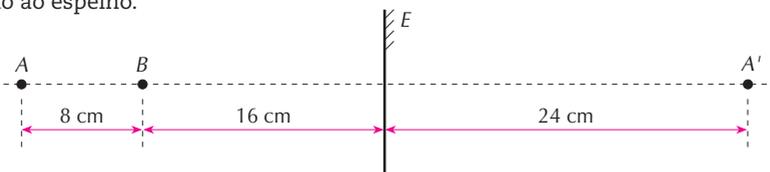
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 68 Dois pontos luminosos A e B estão diante de um espelho plano E . Qual é a distância entre o ponto B e a imagem do ponto A ?

Solução:



Em primeiro lugar localizamos a imagem A' do ponto A , lembrando que A e A' são simétricos em relação ao espelho.

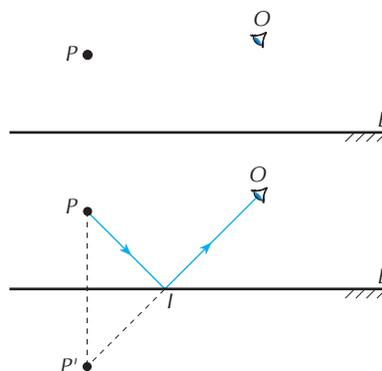


Nessas condições, a distância entre A' e o espelho é de 24 cm e a distância entre B e A' será:

$$BA' = 16 + 24 \Rightarrow BA' = 40 \text{ cm}$$

Resposta: 40 cm

- R. 69** Na figura tem-se um ponto luminoso P , um espelho plano E e um observador O . Trace um raio proveniente de P e que atinja O .



Solução:

Em primeiro lugar achamos P' , imagem de P . Lembre-se de que P e P' são simétricos em relação ao espelho. A seguir unimos O a P' . O segmento $\overline{OP'}$ corta o espelho E no ponto I . Finalmente ligamos P a I , produzindo a figura ao lado:

- R. 70** Uma pessoa de altura H acha-se defronte de um espelho plano retangular e vertical. Sendo h a distância do olho do observador (O) ao solo, determine:

- a menor altura d que esse espelho deve ter para que o observador possa ver a si mesmo dos pés à cabeça;
- a distância r a que a borda inferior do espelho deve ser mantida do solo;
- se as distâncias d e r dependem da distância do observador ao espelho.

Solução:

Representamos pelo segmento \overline{AB} a pessoa de altura H postada diante do espelho. Construimos, conforme o exercício R.69, os raios provenientes dos extremos A e B que chegam ao olho O do observador. Se o espelho tiver, no mínimo, altura CD , o observador vê A' e B' . Seja x a distância do objeto ao espelho, que é igual à distância da imagem ao espelho.

- a) Sendo semelhantes os triângulos OCD e $OA'B'$, temos:

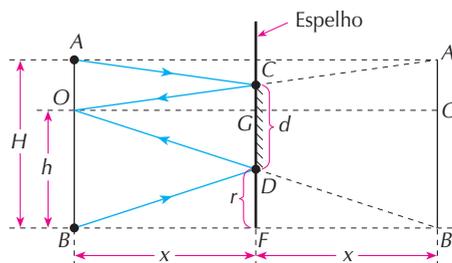
$$\frac{CD}{A'B'} = \frac{OG}{OO'} \Rightarrow \frac{d}{H} = \frac{x}{2x} \Rightarrow \boxed{d = \frac{H}{2}}$$

- b) Da semelhança dos triângulos $B'DF$ e $B'OB$, obtemos:

$$\frac{DF}{OB} = \frac{B'F}{B'B} \Rightarrow \frac{r}{h} = \frac{x}{2x} \Rightarrow \boxed{r = \frac{h}{2}}$$

- c) Os resultados obtidos mostram que as distâncias d e r **não dependem** da distância x do observador ao espelho.

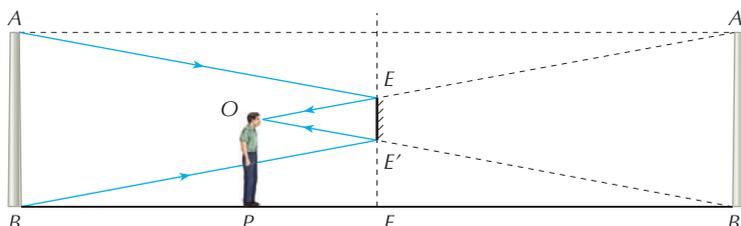
Respostas: a) $d = \frac{H}{2}$; b) $r = \frac{h}{2}$; c) d e r não dependem da distância do observador ao espelho.



- R. 71** Uma pessoa mantém diante dos olhos, a 20 cm de distância, um espelho vertical, de modo a ver nele a imagem de um poste vertical de 4,4 m de altura situado exatamente a 1,8 m atrás de si. Qual é a mínima dimensão vertical que esse espelho deve ter para que a pessoa veja inteiramente a imagem do poste?

Solução:

Primeiro desenhamos o objeto (poste) diante do espelho, sua imagem e os raios luminosos que permitem ao observador vê-la:



A situação esquematizada corresponde ao tamanho mínimo EE' do espelho para que o observador possa ver inteiramente a imagem $A'B'$ do poste de altura AB .

Por semelhança dos triângulos OEE' e $OA'B'$, temos: $\frac{A'B'}{EE'} = \frac{PB'}{PF}$

Sabe-se que $AB = A'B' = 4,4$ m; $BF = FB' = 1,8$ m + $0,2$ m = 2 m (pois a imagem e o objeto são simétricos em relação à superfície do espelho) e $PF = 20$ cm = $0,2$ m. Portanto, temos:

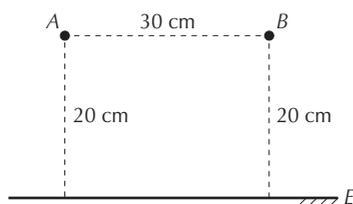
$$\frac{4,4}{EE'} = \frac{2,2}{0,2} \Rightarrow \boxed{EE' = 0,4 \text{ m}}$$

Resposta: 0,4 m ou 40 cm

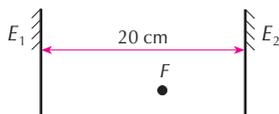


EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 229** Dois pontos luminosos A e B estão diante de um espelho plano E, conforme a figura. Qual é a distância entre o ponto B e a imagem do ponto A?



- P. 230** (UFF-RJ) Dois espelhos planos paralelos, E_1 e E_2 , estão frente a frente separados pela distância de 20 cm. Entre eles há uma fonte luminosa F, de pequenas dimensões, na posição indicada na figura. Calcule a distância entre a primeira imagem fornecida pelo espelho E_1 e a primeira imagem fornecida pelo espelho E_2 .



- P. 231** Um jogador de basquete com 2,10 m de altura olha-se no espelho plano vertical do vestiário e percebe que esse espelho tem o tamanho exato para permitir a ele visualizar inteiramente sua imagem, independentemente da distância dele ao espelho. Determine:

- a altura do espelho;
- a distância de sua borda inferior ao solo, sabendo que a distância do topo da cabeça aos olhos do jogador é 12 cm.

- P. 232** A 1,5 m de distância de um espelho plano vertical, situa-se um observador que visa o espelho. Atrás do observador e a 0,5 m dele, situa-se um jarrão de altura igual a 1,4 m. Determine a altura mínima do espelho para que, convenientemente colocado, permita ao observador ver inteiramente a imagem do jarrão.

- P. 233** A imagem de uma árvore cobre exatamente o tamanho de um espelho plano de 5 cm, quando o mantemos vertical a 30 cm dos olhos. A árvore está a 90 m do espelho. Qual é a sua altura?

3 Campo visual de um espelho plano

Consideremos um observador diante de um espelho plano. Por reflexão no espelho, o observador vê certa região do espaço. Essa região chama-se **campo visual do espelho** em relação ao olho O do observador.

Seja P um ponto desse campo. Vamos considerar um raio de luz que incida sobre o espelho, proveniente de P , e ao ser refletido, passe por O (fig. 7A). O prolongamento do raio incidente PI passa por O' , imagem de O em relação ao espelho.

Pertencem ao campo visual todos os pontos P tais que os segmentos $\overline{PO'}$ interceptem o espelho. Nessas condições, as retas que passam por O' e pelos extremos do espelho, juntamente com o próprio espelho, delimitam o campo visual desse espelho em relação a O (fig. 7B).

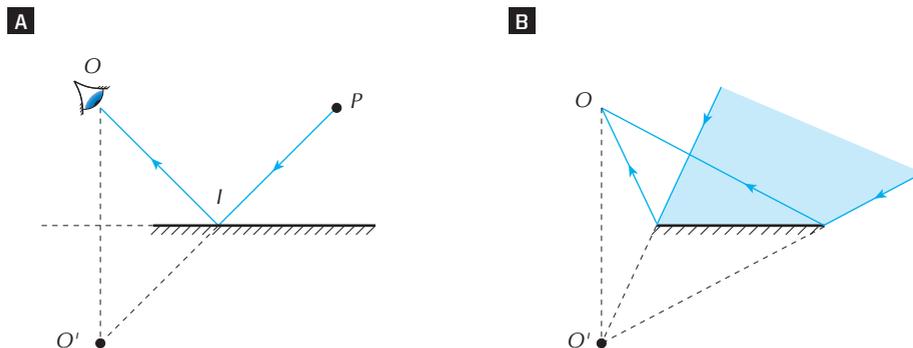
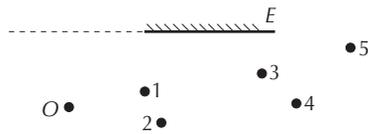


Figura 7. A região sombreada é o campo visual do espelho em relação a O .

O campo visual depende do tamanho e da posição do espelho e da posição do olho do observador.

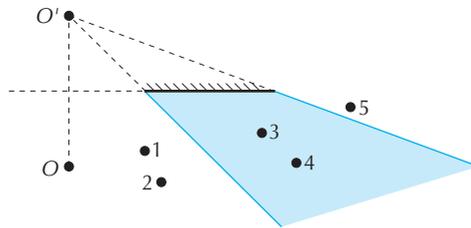
EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 72 Um observador O está olhando para o espelho plano E da figura. Quais dos pontos numerados ele poderá ver por reflexão no espelho?



Solução:

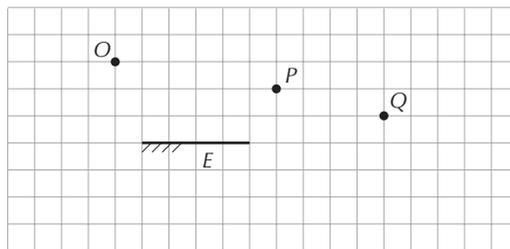
Basta construir o campo visual de O em relação a E , como indicado na figura abaixo. Portanto o observador vê, por reflexão no espelho, os pontos 3 e 4.



Resposta: 3 e 4

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

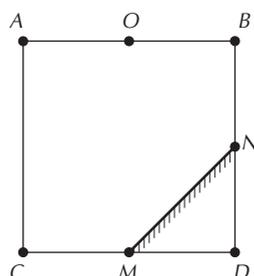
P. 234 (Efoa-MG) Um observador O e dois objetos P e Q posicionam-se em relação a um pequeno espelho plano E , como ilustra a figura.



Nessas condições, responda e justifique:

- Existem as imagens de O , P e Q ?
- Se existirem, o observador O poderá vê-las da posição em que se encontra?

P. 235 Um observador O encontra-se no meio da parede AB de uma sala quadrada $ABCD$, na qual existe um espelho plano vertical MN . Sendo M o ponto médio de \overline{CD} e N o ponto médio de \overline{BD} , qual (ou quais) canto(s) da sala (A , B e C) poderá(ão) ser visto(s) por O , por reflexão, no espelho?



Deslocamento de um espelho plano

Objetivos

- ▶ Analisar a relação entre a distância que um espelho plano translada e o correspondente deslocamento da imagem de um objeto fixo.
- ▶ Descrever a relação entre a velocidade de translação de um espelho plano e a velocidade de translação da imagem.
- ▶ Associar o ângulo de rotação da imagem de um ponto-objeto fixo ao ângulo de rotação do espelho.

Termos e conceitos

- translação de um espelho
- rotação de um espelho

1 Translação de um espelho plano

Um ponto-objeto P fixo está diante de um espelho plano. Se o espelho sofrer uma translação de uma distância d , passando da posição A para a posição B , a imagem de P passa de P_1 para P_2 , sofrendo um deslocamento D , no mesmo sentido do espelho (fig. 8).

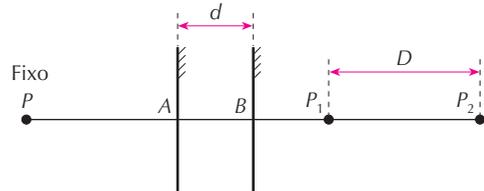


Figura 8. Translação de um espelho plano: $D = 2d$.

Vamos demonstrar que: $D = 2d$

Na figura 8, temos: $D = P_1P_2 = PP_2 - PP_1$ ①

Como a imagem é simétrica ao objeto em relação à superfície do espelho, podemos escrever:

$$PP_2 = 2PB \quad \text{②} \qquad PP_1 = 2PA \quad \text{③}$$

Substituindo-se ② e ③ em ①, obtemos:

$$D = 2PB - 2PA \Rightarrow D = 2(PB - PA)$$

Sendo $PB - PA = d$, concluímos que: $D = 2d$

Observação

Como o deslocamento do espelho e o da imagem são simultâneos, isto é, ocorrem no mesmo intervalo de tempo, a propriedade estabelecida para esses deslocamentos pode ser estendida para as velocidades. Assim, sendo v_e a velocidade do espelho e v_i a velocidade da imagem, em relação ao objeto fixo, podemos escrever:

$$v_i = 2v_e$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 73 Uma pessoa está de pé diante de um espelho vertical. Se o espelho, mantendo-se na vertical, afastar-se de uma distância $d = 30$ cm da pessoa, o que sucede à imagem que ela vê no espelho?

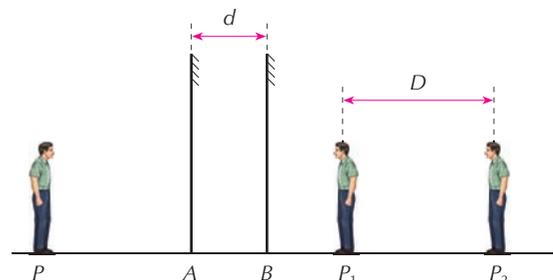
Solução:

Na figura, representam-se a pessoa P e as suas imagens P_1 e P_2 fornecidas pelo espelho em suas duas posições. Observe que a imagem sofreu um deslocamento D no mesmo sentido que o espelho.

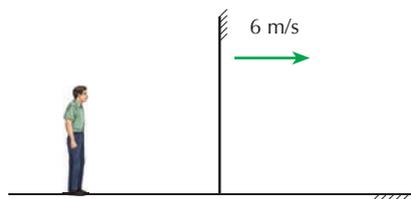
Sendo $D = 2d$, resulta:

$$D = 2 \cdot 30 \Rightarrow D = 60 \text{ cm}$$

Resposta: A imagem sofre um deslocamento de 60 cm no mesmo sentido do espelho.



- R. 74** Um espelho plano vertical desloca-se com velocidade de módulo 6 m/s, afastando-se de uma pessoa que está parada em relação ao solo. Determine o módulo da velocidade da imagem da pessoa em relação:
- ao solo;
 - ao espelho.



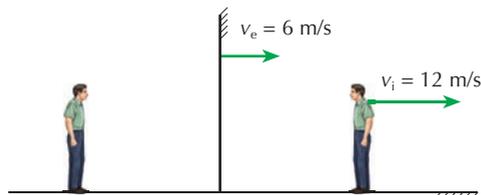
Solução:

- a) A velocidade da imagem em relação ao solo é o dobro da velocidade do espelho: $v_i = 2v_e$

Sendo $v_e = 6$ m/s, resulta: $v_i = 12$ m/s

- b) O espelho e a imagem deslocam-se no mesmo sentido, em relação ao solo. Nessas condições, o módulo da velocidade da imagem em relação ao espelho (v'_i) é dado pela diferença entre os módulos das velocidades da imagem (v_i) e do espelho (v_e):

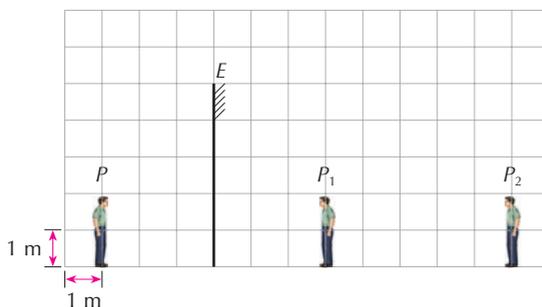
$$v'_i = v_i - v_e \Rightarrow v'_i = 12 - 6 \Rightarrow v'_i = 6 \text{ m/s}$$



Respostas: a) 12 m/s; b) 6 m/s

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 236** (UnB-DF) Um espelho plano fornece uma imagem de um objeto situado a uma distância de 10 cm do espelho. Afastando-se do espelho 20 cm em uma direção normal ao seu plano, que distância separará a antiga imagem da nova imagem?
- P. 237** Um espelho plano se afasta de um objeto parado em relação à Terra com velocidade de translação de 10 m/s. Determine a velocidade da imagem em relação:
- ao objeto;
 - ao espelho.
- P. 238** Um motorista, viajando a 50 km/h, observa no espelho plano retrovisor a imagem de um poste na estrada. Qual é a velocidade dessa imagem:
- em relação à estrada?
 - em relação ao motorista?
- P. 239** Uma pessoa P está parada diante de um espelho plano vertical E . Deseja-se que a imagem da pessoa passe da posição P_1 para a posição P_2 . De que distância deve-se transladar o espelho?



Rotação de um espelho plano

Um raio de luz I incide sobre um espelho plano e , ao refletir, origina o raio R_1 . Se o espelho girar de um ângulo α , em torno de um eixo pertencente ao seu plano, conforme mostra a **figura 9**, ao mesmo raio incidente passa a corresponder um novo raio refletido R_2 . Vamos demonstrar que o ângulo de rotação Δ do raio refletido é igual ao dobro do ângulo de rotação α do espelho:

$$\Delta = 2\alpha$$

Seja i_1 o ângulo de incidência (e de reflexão) na primeira posição do espelho e i_2 o ângulo de incidência (e de reflexão) na segunda posição do espelho (**fig. 10**). O ângulo formado pelas normais N_1 e N_2 nas duas posições do espelho também é α .

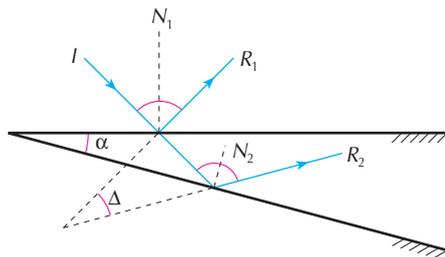


Figura 9. Rotação de um espelho plano: $\Delta = 2\alpha$.

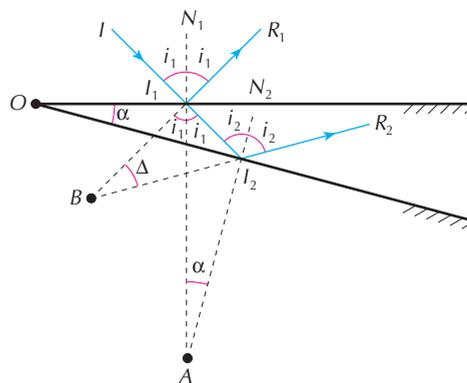


Figura 10.

No triângulo AI_1I_2 , o ângulo externo i_2 é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes (α e i_1):

$$i_2 = \alpha + i_1 \Rightarrow \alpha = i_2 - i_1 \quad (1)$$

No triângulo BI_1I_2 , o ângulo externo $2i_2$ é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes ($2i_1$ e Δ):

$$2i_2 = 2i_1 + \Delta \Rightarrow \Delta = 2i_2 - 2i_1 \Rightarrow \Delta = 2(i_2 - i_1) \quad (2)$$

Comparando ① e ②, vem: $\Delta = 2\alpha$

Ao girar o espelho de um ângulo α , a imagem de um ponto-objeto fixo P gira de um ângulo $\Delta = 2\alpha$, descrevendo um arco de circunferência de raio OP (**fig. 11**).

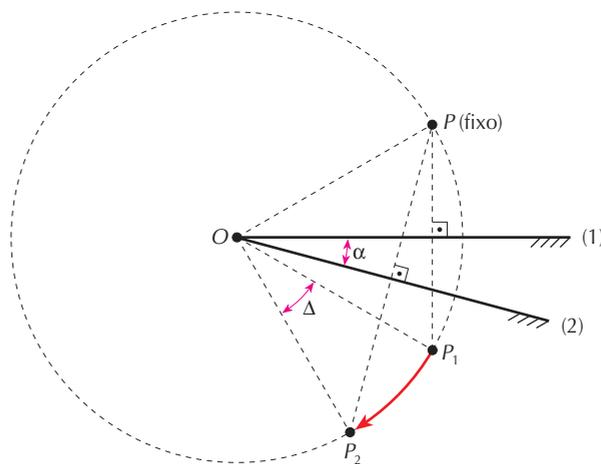
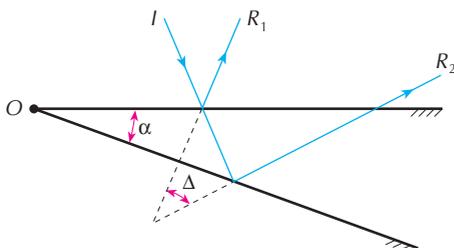


Figura 11.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- R. 75** Um raio de luz incide num espelho plano. Gira-se o espelho de um ângulo α em torno de um eixo perpendicular ao espelho e perpendicular ao plano de incidência da luz. O ângulo formado pelos raios refletidos antes e após a rotação é de 40° . Determine o valor do ângulo α .



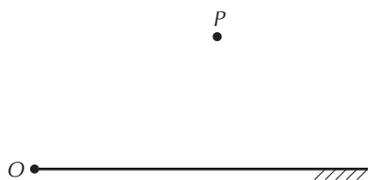
Solução:

Sabemos que $\Delta = 2\alpha$. Sendo $\Delta = 40^\circ$, vem:

$$\Delta = 2\alpha \Rightarrow 40^\circ = 2\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = 20^\circ}$$

Resposta: $\alpha = 20^\circ$

- R. 76** Um ponto-objeto P está diante de um espelho plano, conforme a figura. Gira-se o espelho de um ângulo de 30° em torno do eixo O , no sentido horário. O correspondente ponto-imagem descreve um arco de circunferência passando da posição inicial P_1 para a posição final P_2 .

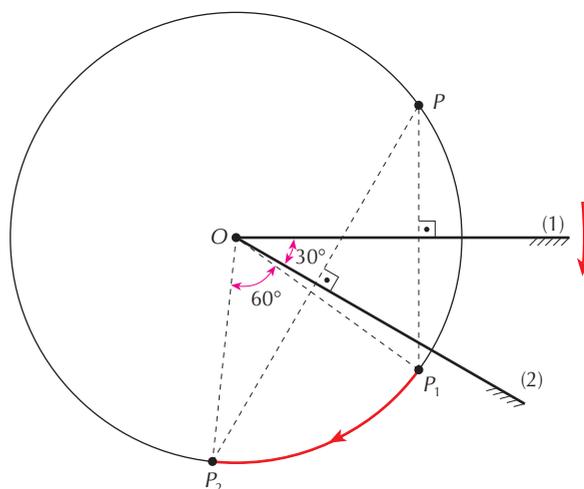


- a) Faça um esquema em que comparem o espelho na posição inicial e na posição final, o ponto-objeto P e os pontos-imagens P_1 e P_2 .

- b) Determine a velocidade angular média do ponto-imagem, sabendo-se que o espelho gasta 2 s para descrever essa rotação.

Solução:

- a) Abaixo, apresentamos o esquema pedido. Note que os pontos P , P_1 e P_2 pertencem a uma circunferência de centro O e raio OP . O espelho gira um ângulo $\alpha = 30^\circ$ e o ponto-imagem descreve um ângulo $\Delta = 60^\circ$, pois $\Delta = 2\alpha$.



- b) A velocidade angular média é dada pelo quociente entre o ângulo descrito pelo ponto-imagem ($\Delta = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$ rad) e o correspondente intervalo de tempo ($\Delta t = 2$ s):

$$\omega_m = \frac{\Delta}{\Delta t} \Rightarrow \omega_m = \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)}{2} \Rightarrow \boxed{\omega_m = \frac{\pi}{6} \text{ rad/s}}$$

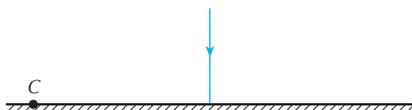
Respostas: a) esquema; b) $\frac{\pi}{6}$ rad/s

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

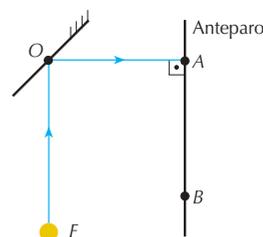
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 240** Um raio de luz vertical incide num espelho plano horizontal. Gira-se o espelho de um ângulo de 25° em torno de um eixo horizontal. Determine o ângulo formado pelos raios refletidos antes e após a rotação.

- P. 241** (UFC-CE) Um feixe de luz vertical incide sobre um espelho plano horizontal conforme a figura. O espelho gira 30° em torno de um eixo perpendicular ao plano do papel, passando pelo ponto C . Determine a velocidade angular média do raio refletido, sabendo-se que o espelho gasta 3 segundos para descrever essa rotação.



- P. 242** Um raio de luz proveniente de uma fonte F incide num espelho plano e, após refletir-se, ilumina o ponto A de um anteparo, conforme o esquema abaixo. Sabe-se que $OA = AB$.



- GiRANDO-se o espelho em torno do eixo O e no sentido horário, qual deve ser o ângulo de rotação para que o novo raio refletido ilumine o ponto B ?

Imagens de um objeto entre dois espelhos planos

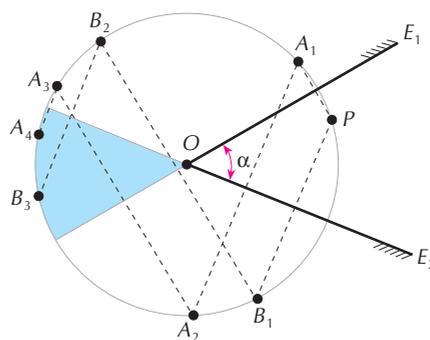
Objetivos

- ▶ Determinar o número de imagens geradas por um objeto entre dois espelhos planos que formam um ângulo qualquer entre si.
- ▶ Analisar o funcionamento de um periscópio.

Termos e conceitos

- ângulo morto
- periscópio

Coloquemos um ponto P luminoso ou iluminado entre dois espelhos planos E_1 e E_2 , cujas superfícies refletoras formam um ângulo α entre si (fig. 12).



◀ **Figura 12.** Formação de imagens em dois espelhos.

As várias reflexões da luz proveniente de P dão origem à formação de dois conjuntos de imagens:

- um que se inicia por reflexão no espelho E_1 (imagem A_1), a seguir em E_2 (imagem A_2), e assim por diante;
- outro que se inicia por reflexão no espelho E_2 (imagem B_1), a seguir em E_1 (imagem B_2), e assim por diante.

Essas imagens pertencem a uma circunferência de centro O e raio OP . Cada um dos conjuntos de imagens encerra-se quando a imagem “cai” no ângulo formado pelo prolongamento dos espelhos, denominado **ângulo morto**. Na **figura 12**, o ângulo sombreado é o ângulo morto. Observe que A_4 “cai atrás” do espelho E_2 , não originando nova imagem. O mesmo acontece com B_3 em relação a E_1 .

É possível calcular o número N de imagens formadas pela fórmula:

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

A fórmula acima é válida para os seguintes casos:

- a) quando a relação $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é um número **par**, qualquer que seja a posição do objeto P entre os dois espelhos;



◀ Se a razão $\frac{360^\circ}{\alpha}$, em que alfa é o ângulo entre os espelhos, for par, o número de imagens formadas será ímpar, independentemente da posição do objeto entre os espelhos.

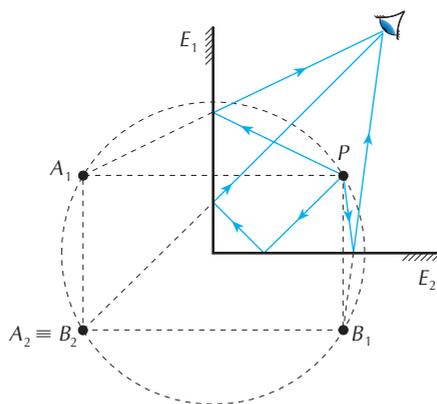
b) quando a relação $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é um número **ímpar**, estando o objeto no plano bissetor do ângulo α .



◀ Se a razão $\frac{360^\circ}{\alpha}$, em que α é o ângulo entre os espelhos, for ímpar, o número de imagens formadas será par, com a condição de que o objeto esteja exatamente no plano bissetor do ângulo α .

Consideremos, por exemplo, $\alpha = 90^\circ$. A relação $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é igual a 4 e, portanto, par.

O número de imagens é dado por $N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 = 3$. Logo, ocorre a formação de três imagens [A_1 , B_1 e A_2 coincidente com B_2], qualquer que seja a posição do ponto-objeto P entre os espelhos (fig. 13).



◀ **Figura 13.** Imagens de um objeto colocado entre dois espelhos planos formando 90° .



▶ Imagens de um objeto colocado entre dois espelhos planos. Diminuindo o ângulo entre os espelhos, aumenta o número de imagens. Quando os espelhos são paralelos, formam-se infinitas imagens.



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- R. 77** Com três patinadores colocados entre dois espelhos planos fixos, um diretor de cinema consegue uma cena em que são vistos, no máximo, 24 patinadores. Qual é o ângulo α entre os espelhos? Sabe-se que o ângulo α é tal que $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é um número inteiro.

Solução:

Como são vistos no máximo 24 patinadores, significa que aos três patinadores (objetos) correspondem 21 imagens. Logo, a um patinador (objeto) correspondem 7 imagens.

$$\text{De } N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1, \text{ e sendo } N = 7, \text{ vem: } 7 = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 \Rightarrow \frac{360^\circ}{\alpha} = 8 \Rightarrow \boxed{\alpha = 45^\circ}$$

Resposta: 45°

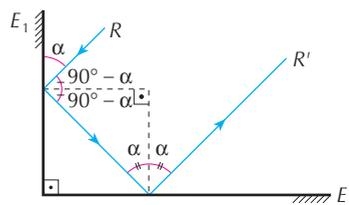
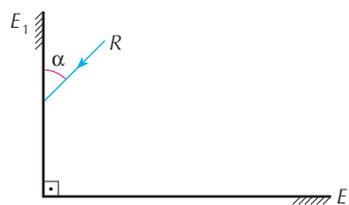
- R. 78** Considere o desenho ao lado, em que E_1 e E_2 são dois espelhos planos em ângulo reto, cortados por um plano perpendicular a ambos. Esse plano contém o raio luminoso R , incidente sobre E_1 .

- Construa o correspondente raio R' emergente de E_2 .
- Mostre que R' e R são paralelos, qualquer que seja α , tal

$$\text{que } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Solução:

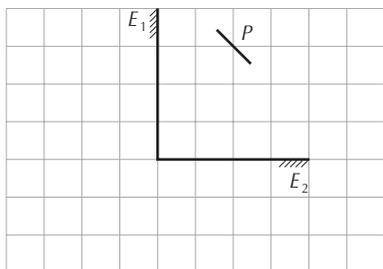
- Os raios são construídos impondo serem os ângulos de reflexão e incidência iguais.
- Observe na figura que R e R' formam o mesmo ângulo α com retas paralelas (E_1 e a linha tracejada normal a E_2). São, portanto, paralelos.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 243** Entre dois espelhos planos que formam entre si um ângulo de 60° , é colocado um ponto luminoso. Quantas imagens são formadas? Qual deve ser a posição do ponto luminoso para se obter esse número de imagens?

- P. 244** Dois espelhos planos estão dispostos perpendicularmente um ao outro. Uma placa P na qual está escrita a letra F é colocada em frente aos espelhos.

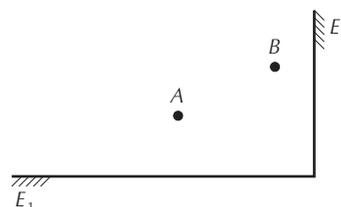


- Localize, na figura, as imagens da placa.
- O que aparece escrito em cada imagem?

- P. 245** Um ponto-objeto P colocado entre dois espelhos planos tem 7 imagens.

- Qual é o ângulo α entre os espelhos? Sabe-se que $\frac{360^\circ}{\alpha}$ é par.
- Faça um esquema representando os espelhos, o ponto-objeto P e suas imagens.

- P. 246** Dois espelhos planos E_1 e E_2 formam um diedro reto no qual se localizam os pontos A e B , conforme a figura. Um raio de luz incide sobre E_1 , passando por A , reflete-se sucessivamente em E_1 e E_2 e emerge, passando por B . Determine graficamente as posições dos pontos X e Y , nos quais o raio se reflete, nos dois espelhos. Demonstre que o raio incidente sobre E_1 e o raio emergente de E_2 são paralelos entre si.

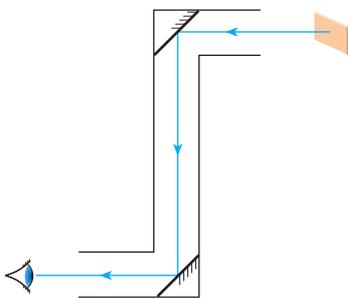


O periscópio

O periscópio é um instrumento que possibilita a um observador ver objetos que se encontram fora de seu campo visual. Basicamente, um periscópio é constituído por dois espelhos planos paralelos, inclinados a 45° em relação ao eixo de um tubo opaco com aberturas nos extremos.

Devido à dupla reflexão, a imagem formada por um periscópio é idêntica ao objeto, isto é, objeto e imagem não são figuras enantiomorfas.

Periscópios aperfeiçoados são utilizados em submarinos, para observar objetos na superfície do mar quando o submarino está imerso.



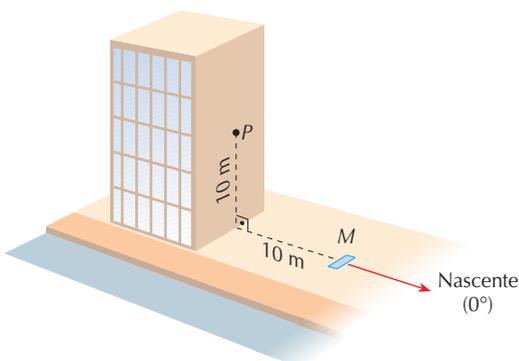
◀ O periscópio possibilita ver um objeto mesmo quando é impedida a visão direta.



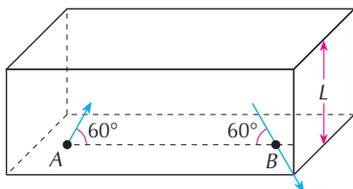
▶ O trajeto da luz num periscópio.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

- P. 247** (UFMG) Em um dia claro, o Sol estava no horizonte (0°) às 6 h da manhã. Às 12 h ele se encontrava no zênite (90°). A que horas a luz do Sol, refletida no espelho M, atingiu o ponto P?



- P. 248** (Fuvest-SP) Um feixe de luz entra no interior de uma caixa retangular de altura L , espelhada internamente, através de uma abertura A. O feixe, após sofrer 5 reflexões, sai da caixa por um orifício B, depois de decorrido $1,0 \cdot 10^{-8}$ segundo. Os ângulos formados pela direção do feixe e o segmento \overline{AB} estão indicados na figura (dado: $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s).



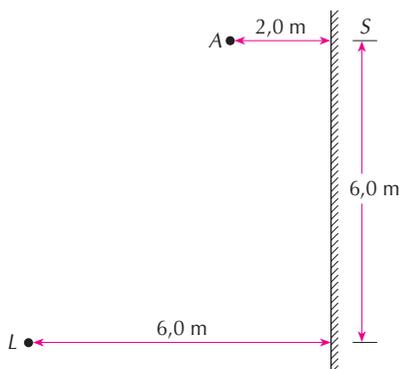
- a) Calcule o comprimento do segmento \overline{AB} .
b) O que acontece com o número de reflexões e com o tempo entre a entrada e a saída do feixe, se diminuirmos a altura da caixa L pela metade?

- P. 249** (UFSCar-SP) Desejando quebrar aquele malfadado espelho, sempre “distorcendo” a imagem de seu rosto, o homem impulsiona uma marreta em sua direção.



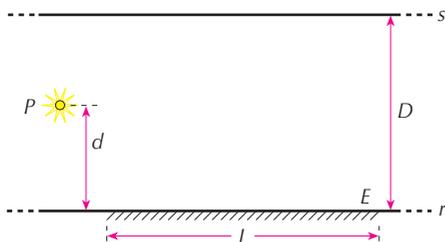
- a) Determine a velocidade de aproximação entre objeto (marreta) e sua imagem, sabendo que a velocidade da marreta, relativamente ao espelho plano, é de 3 m/s.
b) Quando, diante de um espelho plano disposto verticalmente, observando nossa imagem, nos afastamos dele, o que devemos esperar quanto ao tamanho da imagem vista? Justifique sua resposta por meio de um esquema que apresente um objeto (próximo e afastado do espelho) e suas respectivas imagens, o espelho plano, o chão e os raios de luz que permitem traçar a imagem do objeto colocado diante do espelho.

P. 250 (Fuvest-SP) A figura representa um objeto A, colocado a uma distância de 2,0 m de um espelho plano S, e uma lâmpada L, colocada à distância de 6,0 m do espelho.

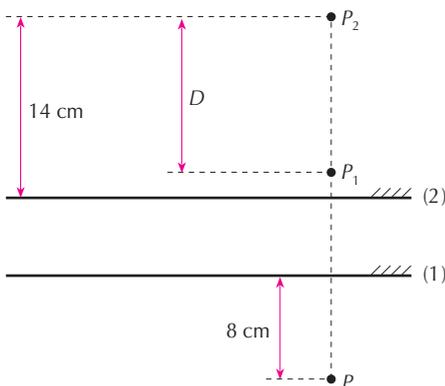


- Desenhe o raio emitido por L e refletido por S que atinge A. Explique a construção.
- Calcule a distância percorrida por esse raio.

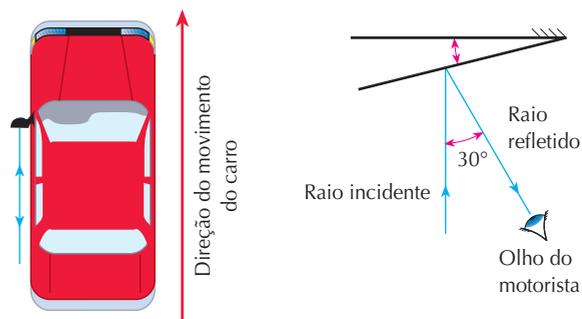
P. 251 (UFG-CE) Na figura, P é um ponto luminoso situado no plano formado pelas retas paralelas r e s, e E é um espelho plano que contém um segmento da reta r. As distâncias entre o ponto luminoso e a reta r, e entre as retas s e r são, respectivamente, $d = 3$ m e $D = 5$ m. O espelho E, que tem comprimento $L = 9$ m, é perpendicular ao plano definido pelas retas r e s. Suponha que um observador desloca-se ao longo da reta s com velocidade constante de 1 m/s. Durante quanto tempo, em segundos, esse observador vê a imagem do ponto luminoso P refletida no espelho?



P. 252 Um ponto-objeto P está a 8 cm de um espelho plano. Ao transladar o espelho, da posição (1) para a posição (2), a imagem de P se desloca de P_1 a P_2 . Calcule a distância D entre P_1 e P_2 .



P. 253 (Uerj) A figura mostra, visto de cima, um carro que se desloca em linha reta, com o espelho plano retrovisor externo perpendicular à direção de seu movimento. O motorista gira o espelho até que os raios incidentes na direção do movimento do carro formem um ângulo de 30° com os raios refletidos pelo espelho, como mostra a figura.



De quantos graus o motorista girou o espelho?

P. 254 (Unicamp-SP) Dois espelhos planos e quase paralelos estão separados por 5,0 m. Um homem se coloca em frente de um dos espelhos, a uma distância de 2,0 m. Ele observa uma sequência infinita de imagens, algumas de frente e outras de costas.

- Faça um esquema mostrando o homem, os espelhos e as quatro primeiras imagens que o homem vê.
- Indique no esquema as imagens de frente e de costas com as iniciais F e C.
- Quais são as distâncias entre as imagens consecutivas?

P. 255 (Fuvest-SP) Tem-se um objeto O defronte a dois espelhos planos perpendiculares entre si. Os pontos A, B e C correspondem às imagens formadas do referido objeto. A distância AB é 80 cm e a distância BC é 60 cm.

- Qual é a distância entre o objeto e a imagem B? • C
- Desenhe o esquema com os espelhos, o objeto e as imagens.

A • • B

P. 256 (UFPA) O dispositivo óptico representado na figura é constituído de dois espelhos planos, que formam entre si um ângulo de 45° . O raio incidente no espelho 1 é refletido, indo atingir o espelho 2. Determine o ângulo que o raio refletido pelo espelho 2 forma com o raio incidente no espelho 1.

