

## Capítulo

# 17

# Ondas

Onda é uma perturbação que se propaga num meio. Independentemente da natureza das ondas, todas apresentam características comuns. Uma onda transfere energia de um ponto para outro, sem transporte de matéria.

### ▶ 17.1 Conceito de onda

*As ondas podem ser classificadas de acordo com a direção de propagação e com a sua natureza.*

### ▶ 17.2 Propagação de um pulso transversal em meios unidimensionais

*A velocidade de propagação de um pulso em uma corda depende da intensidade da força de tração e da densidade linear da corda.*

### ▶ 17.3 Ondas periódicas

*Quando um pulso segue o outro em uma sucessão regular, tem-se uma onda periódica.*

### ▶ 17.4 Função de onda

*A posição de um ponto  $P$  em uma onda pode ser obtida por meio de uma função horária.*

### ▶ 17.5 Frente de onda. Princípio de Huygens

*Uma frente de onda é constituída pelo conjunto de todos os pontos do meio, atingidos pela mesma fase da onda, num certo instante.*

### ▶ 17.6 Fenômenos ondulatórios

*Reflexão, refração, difração e polarização são fenômenos que podem ocorrer com as ondas.*

As ondas do mar “quebram” ao chegar na praia devido à variação da profundidade da água, proporcionando atividades de lazer e práticas esportivas como o surfe.



## Conceito de onda

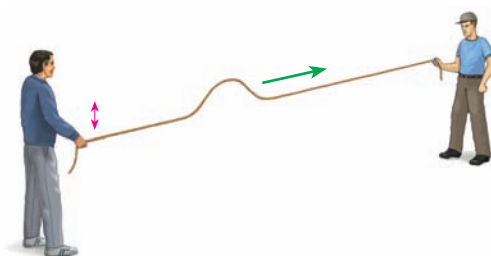
### Objetivos

- ▶ Conceituar ondas.
- ▶ Apresentar as principais características das ondas.
- ▶ Diferenciar ondas mecânicas de ondas eletromagnéticas.
- ▶ Classificar as ondas considerando a direção de propagação e a direção de vibração.

### Termos e conceitos

- perturbação

Considere duas pessoas segurando as extremidades opostas de uma corda flexível (**fig. 1**). Uma delas sacode bruscamente a corda para cima e, em seguida, para baixo, provocando nesse ponto uma **perturbação** (ou um **abalo**). Esse movimento brusco origina uma sinuosidade que se movimenta ao longo da corda, no sentido da outra pessoa. Isso ocorre porque se trata de um meio elástico, isto é, um meio que, sofrendo uma modificação, tende a retornar à sua posição inicial. A pessoa, ao sacudir a extremidade que está segurando, provoca uma modificação na corda. Mas como esta tende a retornar à sua posição inicial, a perturbação se afasta do ponto onde foi originada.



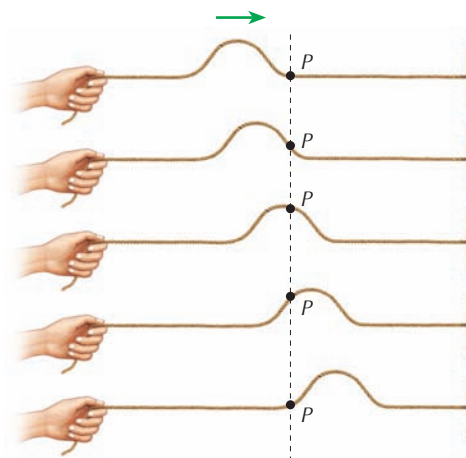
◀ **Figura 1.** Origem e propagação de um pulso numa corda flexível.

No exemplo, a perturbação denomina-se **pulso** e o movimento do pulso constitui uma **onda**.

Denomina-se **onda** uma perturbação que se propaga num meio.

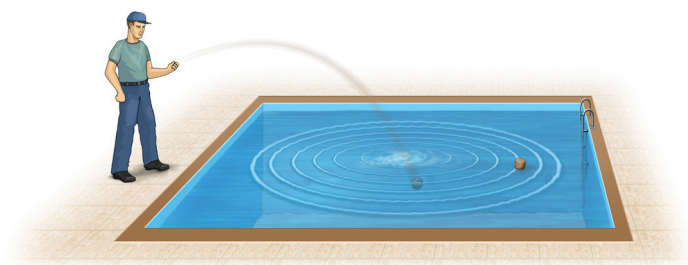
A mão da pessoa, ao movimentar a extremidade, constitui a **fonte**, e a corda é o meio em que a onda se propaga. A corda não apresenta modificação permanente pela passagem do pulso; quando uma parte é atingida pelo pulso, ela se desloca para cima e, em seguida, para baixo. Observe na **figura 2** o movimento de uma partícula  $P$  da corda, ao ser atingida pela onda. Ela se movimenta para cima e para baixo numa direção perpendicular à de propagação da onda. O fato de a partícula  $P$  se movimentar indica que ela recebeu energia da onda. Note, também, que a partícula  $P$  não acompanha a propagação da onda, mostrando que não há transporte de matéria.

O que descrevemos constitui uma característica fundamental de todas as ondas que ocorrem na natureza.



◀ **Figura 2.** A partícula  $P$  oscila com a passagem da onda. A onda cede energia à partícula  $P$ .

Considere este outro exemplo: se deixamos cair uma pedrinha sobre a superfície de uma piscina de água parada, a perturbação produzida se propaga na forma de uma onda circular, com centro no ponto perturbado (**fig. 3**). Quando se coloca, por exemplo, uma rolha de cortiça flutuando na superfície da água, ela não será transportada durante a passagem da onda. Verifica-se que a rolha se movimenta para cima e para baixo e, ao mesmo tempo, sofre um pequeno deslocamento para a frente e para trás, revelando que ela recebeu energia da onda.



◀ **Figura 3.** Origem e propagação de ondas na superfície da água. A rolha de cortiça flutuante recebe energia da onda circular que se propaga.

Podemos, então, enunciar:

Uma onda transfere energia de um ponto a outro sem o transporte de matéria entre os pontos.

Em relação à direção de propagação da energia nos meios materiais elásticos, as ondas são classificadas em:

- **unidimensionais:** quando se propagam numa só direção, como numa corda;
- **bidimensionais:** quando se propagam ao longo de um plano, como na superfície da água;
- **tridimensionais:** quando se propagam em todas as direções, como ocorre com as ondas sonoras no ar atmosférico.

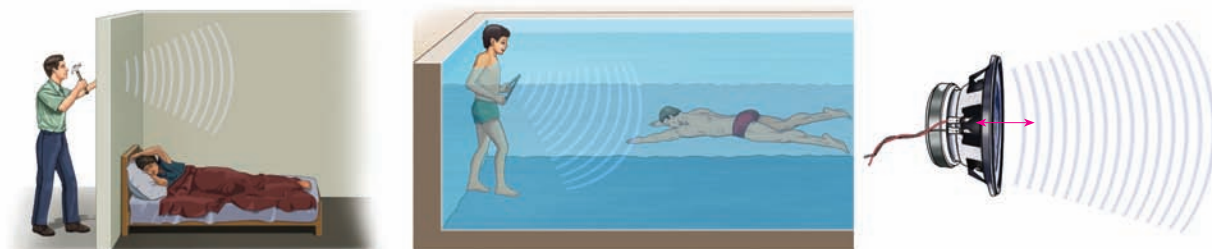
## 1 Natureza das ondas

Quanto à sua natureza, as ondas se classificam em **mecânicas** e **eletromagnéticas**.

**Ondas mecânicas** são aquelas originadas pela deformação de uma região de um meio elástico e que, para se propagarem, necessitam de um meio material. Sendo assim, podemos afirmar:

As ondas mecânicas não se propagam no vácuo.

As ondas numa corda e na superfície da água, que vimos no item anterior, são exemplos de ondas mecânicas. Outro exemplo muito importante de ondas dessa natureza são as **ondas sonoras** (a serem estudadas no Capítulo 19 deste volume), que se propagam nos gases (como o ar), nos líquidos e nos sólidos (**fig. 4**).



▶ **Figura 4.** As ondas sonoras se propagam nos sólidos, nos líquidos e nos gases.

**Ondas eletromagnéticas** são aquelas originadas por **cargas elétricas oscilantes**, como, por exemplo, elétrons oscilando na antena transmissora de uma estação de rádio ou TV. Elas não necessitam obrigatoriamente de um meio material para se propagarem. Assim:

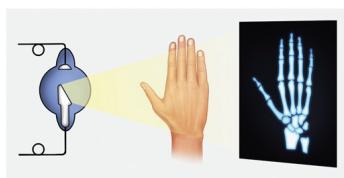
As ondas eletromagnéticas propagam-se no vácuo e em certos meios materiais.

A luz emitida por uma lanterna, as ondas de rádio, as micro-ondas, os raios X e os raios  $\gamma$  são exemplos de ondas eletromagnéticas.

As ondas eletromagnéticas serão estudadas no volume 3.



Luz de lanterna



Raios X

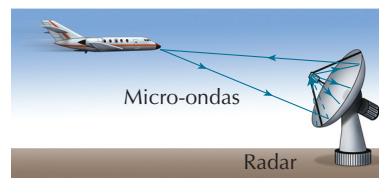


Figura 5. A luz, os raios X e as micro-ondas são exemplos de ondas eletromagnéticas.

## 2 Tipos de onda

A mola helicoidal da **figura 6** pode ser usada para demonstrar a existência de, pelo menos, dois tipos diferentes de onda.

Se a extremidade da mola for movimentada para cima e para baixo, como na **figura 6A**, uma onda se propagará ao longo da mola. Se a extremidade da mola for movimentada para a frente e para trás, como na **figura 6B**, uma onda de compressão se propagará ao longo da mola.



Figura 6. Com a mola helicoidal, verificamos a existência de dois tipos de ondas: (A) transversais e (B) longitudinais.

Denominam-se **ondas transversais** aquelas em que a direção de propagação da onda é perpendicular à direção de vibração (**fig. 6A**). Ondas que se propagam numa corda e ondas eletromagnéticas são exemplos de ondas transversais.

Denominam-se **ondas longitudinais** aquelas em que a direção de propagação da onda coincide com a direção de vibração (**fig. 6B**). O som se propaga nos gases e nos líquidos por meio de ondas longitudinais.

Denominam-se **ondas mistas** aquelas em que as partículas do meio vibram transversal e longitudinalmente, ao mesmo tempo. As ondas que se propagam na superfície de um líquido são ondas mistas (**fig. 7**).

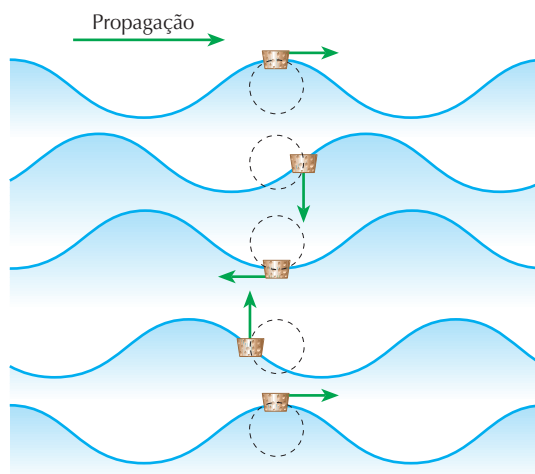


Figura 7. A rolha de cortiça flutuante, ao ser atingida pela onda, vibra transversal e longitudinalmente. ➤

**Entre na rede** No endereço eletrônico <http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/portuguese/ondas/waveType/waveType.html> (acesso em agosto/2009) existem animações a respeito de ondas transversais e longitudinais.



## Propagação de um pulso transversal em meios unidimensionais

### Objetivos

- ▶ Analisar a propagação de um pulso de onda em cordas.
- ▶ Relacionar a velocidade de propagação com a intensidade da força de tração na corda e sua densidade linear.
- ▶ Compreender os fenômenos de reflexão e de refração dos pulsos de ondas em uma corda.

### Termos e conceitos

- densidade linear

Considere uma corda homogênea, de seção transversal constante, de massa  $m$  e comprimento  $L$ . Chama-se **densidade linear** ( $\mu$ ) da corda a grandeza:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

A densidade linear representa a massa da corda por unidade de comprimento. Sua unidade no SI é dada em **quilograma por metro** (kg/m).

Como vimos, ao efetuarmos um movimento brusco numa das extremidades de uma corda mantida reta, esta é percorrida por um pulso. Sendo a corda homogênea e flexível, o pulso mantém praticamente a mesma forma, à medida que se propaga. Verifica-se que a velocidade de propagação  $v$  do pulso não depende da sua forma nem de como ele foi originado.

A velocidade de propagação do pulso na corda depende apenas da **intensidade da força de tração** ( $T$ ) e da **densidade linear** ( $\mu$ ) da corda (fig. 8), sendo dada por:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

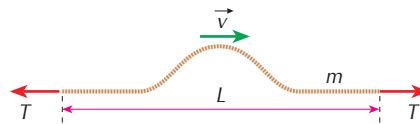


Figura 8. A intensidade da força de tração e a densidade linear são fatores que influem na velocidade de propagação de um pulso em uma corda.

Observe que, quanto maior for a intensidade da força que traciona a corda, isto é, quanto mais esticada estiver a corda, maior será a velocidade de propagação. Por outro lado, quanto maior a densidade linear da corda, menor será a velocidade de propagação do pulso.

A energia que se propaga com o pulso é em parte cinética e em parte potencial elástica. À medida que o pulso se propaga, sua parte dianteira está se movendo para cima, e sua parte traseira, para baixo (fig. 9). Considerando a massa da corda, uma energia cinética é associada a esses movimentos. Por outro lado, a parte da corda que se deforma armazena energia potencial elástica.

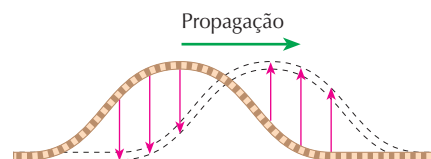
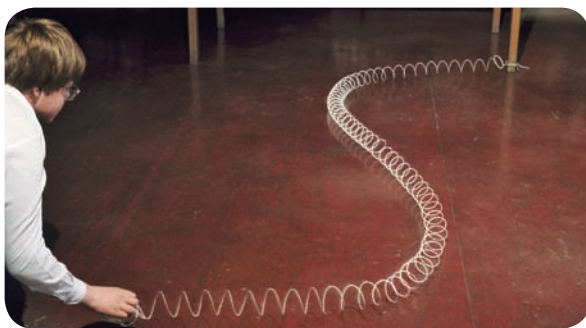
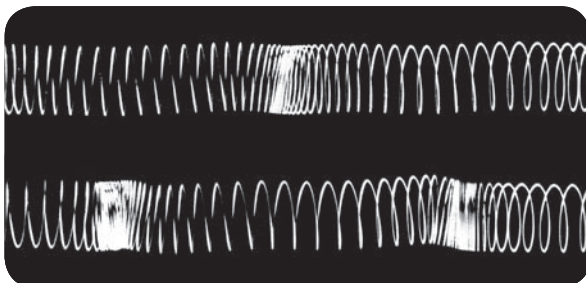


Figura 9. A energia que se propaga com o pulso é em parte cinética e em parte potencial elástica.



Pulso transversal propagando-se numa mola.



Pulso longitudinal propagando-se numa mola.

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- R. 118** Um arame de aço, com 1 m de comprimento e 10 g de massa, é esticado com uma força de tração de 100 N. Determine a velocidade de propagação de um pulso transversal nesse arame.

**Solução:**

No comprimento  $L = 1$  m do arame, tem-se a massa  $m = 10$  g =  $10 \cdot 10^{-3}$  kg =  $10^{-2}$  kg. Logo, a densidade linear vale:

$$\mu = \frac{m}{L} \Rightarrow \mu = \frac{10^{-2}}{1} \Rightarrow \mu = 10^{-2} \text{ kg/m}$$

Como a tração no arame é  $T = 100$  N =  $10^2$  N, a velocidade de propagação do pulso será:

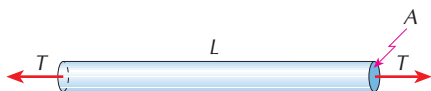
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{10^2}{10^{-2}}} \Rightarrow v = \sqrt{10^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = 100 \text{ m/s}$$

**Resposta:** 100 m/s

- R. 119** Calcule a velocidade de propagação de um pulso transversal num fio em função da intensidade  $T$  da força que traciona o fio, da área  $A$  da seção transversal e da densidade volumétrica  $d$  do material que constitui o fio.

**Solução:**



A densidade volumétrica do material é dada por:

$$d = \frac{m}{V}$$

Sendo  $V = AL$ , vem:  $d = \frac{m}{AL} \Rightarrow d = \frac{\mu}{A} \Rightarrow \mu = dA$

Logo:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{dA}}$$

**Resposta:**  $v = \sqrt{\frac{T}{dA}}$

- R. 120** Um pulso transversal propaga-se numa corda tracionada com força de intensidade constante. As figuras I e II representam os pulsos nos instantes  $t_1$  e  $t_2$ . Represente as velocidades dos pontos A e B no instante  $t_2$ .

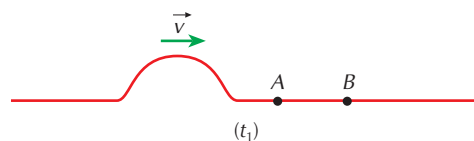


Figura I.

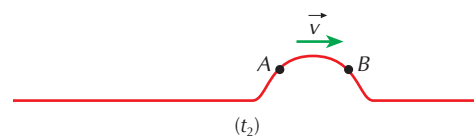


Figura II.

**Solução:**

Cada ponto da corda atingido pelo pulso vibra numa direção perpendicular à direção de propagação (pulso transversal). Na figura III representamos o pulso no instante  $t_2$  (linha cheia) e num instante imediatamente posterior (linha tracejada). Observe que a parte dianteira do pulso está se movendo para cima e a traseira, para baixo. Assim, as velocidades dos pontos A e B são representadas conforme a figura IV.

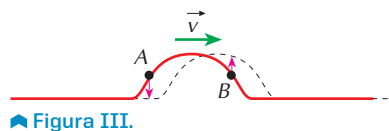


Figura III.

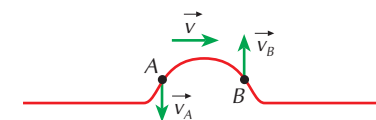


Figura IV.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 421** Determine a velocidade de propagação de um pulso transversal numa corda de 3 m de comprimento, 600 g de massa e sob tração de 500 N.
- P. 422** Um fio tem área de seção transversal  $10 \text{ mm}^2$  e densidade  $9 \text{ g/cm}^3$ . A velocidade de propagação de pulsos transversais no fio é 100 m/s. Determine a intensidade da força que traciona o fio.
- P. 423** (Unicamp-SP) A figura I representa um pulso transversal propagando-se da esquerda para a direita numa corda ideal, longa e esticada. Num dado instante  $t_0$ , os pontos A, B e C da corda encontram-se nas posições indicadas na figura II. Quais devem ser a direção e o sentido da velocidade de cada um dos pontos A, B e C no instante  $t_0$ ?

Figura I.

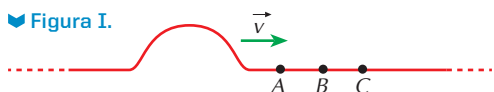


Figura II.

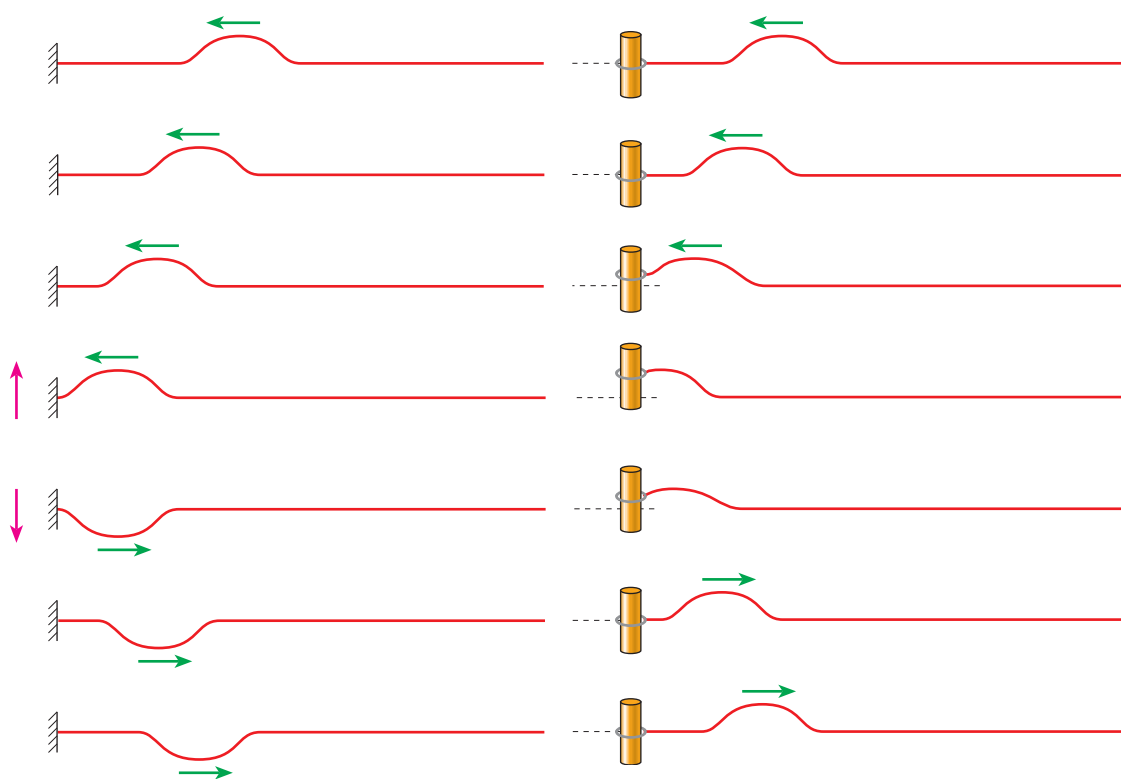


## Reflexão e refração de pulsos

Quando um pulso atinge a extremidade de uma corda, verifica-se que ele retorna, propagando-se de volta para a fonte. Esse fenômeno é denominado **reflexão do pulso** e ocorre quer a extremidade da corda seja fixa ou livre.

Considere que a extremidade da corda seja **fixa** (fig. 10). Quando o pulso chega à extremidade fixa, a corda exerce uma força para cima no suporte. Pelo princípio da ação e reação, o suporte exerce na corda uma força de reação de sentido contrário (no caso, para baixo). O efeito dessa força é originar a inversão do pulso incidente. Diz-se que **o pulso sofreu uma reflexão com inversão de fase**.

Se a extremidade da corda **não for fixa**, o pulso refletido não será invertido. A **figura 11** mostra a extremidade da corda ligada a um anel que se movimenta livremente em um eixo vertical sem atrito. Quando o pulso atinge o anel, a corda se movimenta para cima até que toda sua energia cinética seja transformada em energia potencial elástica. Ao se movimentar para baixo, a extremidade da corda envia um pulso em sentido oposto, exatamente igual ao pulso incidente. Diz-se que **o pulso sofreu uma reflexão sem inversão de fase**.



▲ **Figura 10.** Num extremo fixo ocorre reflexão com inversão de fase.

▲ **Figura 11.** Quando a reflexão ocorre num extremo livre, não há inversão de fase.

Considere agora um sistema formado por duas cordas diferentes, uma delas de pequena densidade linear, isto é, com pequena massa por unidade de comprimento, e outra de grande densidade linear, ou seja, com grande massa por unidade de comprimento (figs. 12 e 13). Uma extremidade desse sistema é fixa e, na outra, faz-se um movimento brusco, originando um pulso. Quando o pulso atinge o ponto de junção das cordas ( $J$ ), observa-se que ele se transmite de uma corda para a outra. Esse fenômeno denomina-se **refração do pulso**. Ao mesmo tempo, observa-se que um pulso refletido aparece na junção, movimentando-se em sentido oposto ao pulso incidente.

### Entre na rede

No endereço eletrônico <http://www.glenbrook.k12.il.us/gbssci/phys/mmedia/waves/fix.html> (acesso em agosto/2009) você encontra animações e textos sobre a reflexão de um pulso que se propaga em uma corda com uma extremidade fixa. No mesmo site, em <http://www.glenbrook.k12.il.us/gbssci/phys/mmedia/waves/free.html>, você pode fazer um estudo análogo, mas em uma corda com a extremidade livre.

Quando a primeira corda for de menor densidade linear, o pulso refletido será invertido em relação ao pulso incidente (fig. 12). Isso ocorre porque a corda de maior densidade linear tende a manter o ponto de junção fixo, de modo análogo à reflexão em uma corda com um extremo fixo. A energia do pulso incidente é dividida entre os pulsos refletido e refratado. Como as cordas estão submetidas à mesma força de tração, o pulso se propaga com menor velocidade na corda mais densa.

Por outro lado, se a primeira corda for a mais densa, o pulso refletido não será invertido (fig. 13). A menor inércia da corda menos densa permite que ela acompanhe imediatamente os movimentos da corda mais densa, sendo que a situação é análoga à da reflexão em uma corda com um extremo livre. A velocidade do pulso é maior na corda menos densa.

Em ambos os casos (figs. 12 e 13), o pulso refratado não sofre inversão de fase.

No caso das ondas luminosas, sabemos se a reflexão ocorre com ou sem inversão de fase por meio dos índices de refração: quando a onda se propaga no sentido do meio menos refringente para o meio mais refringente, há **reflexão com inversão de fase**; propagando-se a onda no sentido do meio mais refringente para o meio menos refringente, há **reflexão sem inversão de fase**.

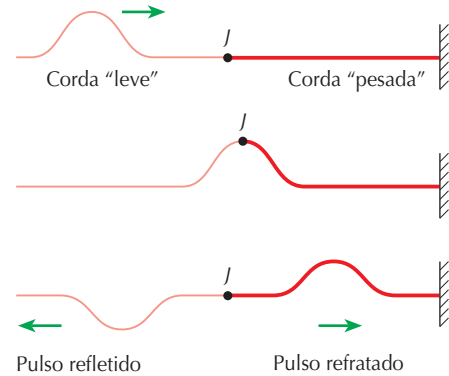


Figura 12. Refração de um pulso passando de uma corda de menor densidade ["leve"] para uma de maior densidade ["pesada"].

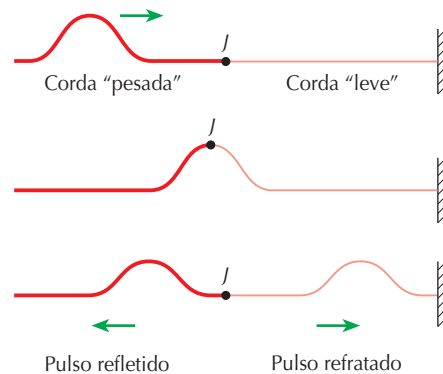


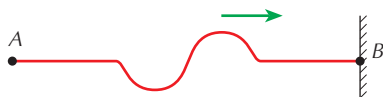
Figura 13. Refração de um pulso passando de uma corda de maior densidade ["pesada"] para uma corda de menor densidade ["leve"].

**Entre na rede** No endereço eletrônico <http://www.glenbrook.k12.il.us/gbssci/phys/mmedia/waves/ltm.html> (acesso em agosto/2009) você encontra animações e textos sobre a refração de um pulso ao passar de um meio para outro, sendo o segundo mais denso que o primeiro.

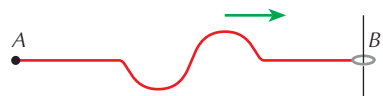
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- P. 424** Um pulso se propaga numa corda AB no sentido de A para B. Represente o pulso após sua reflexão na extremidade B. Considere os casos:

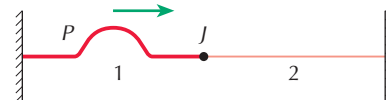
a) B é uma extremidade fixa.



b) B é uma extremidade livre.



- P. 425** Considere um sistema formado por duas cordas diferentes, sendo que a corda 1 tem maior densidade linear do que a 2. Um pulso P propagando-se na corda 1 atinge o ponto de junção J das cordas e origina dois pulsos, um refletido e outro refratado.



Represente o aspecto que o sistema de cordas apresenta logo após a incidência do pulso P no ponto J.





### Objetivos

- ▶ Conceituar onda periódica.
- ▶ Compreender que uma onda cossenoidal pode ser formada a partir de uma fonte que realiza MHS.
- ▶ Nomear os principais elementos das ondas cossenoidais.
- ▶ Relacionar a frequência da onda emitida com a da fonte emissora.

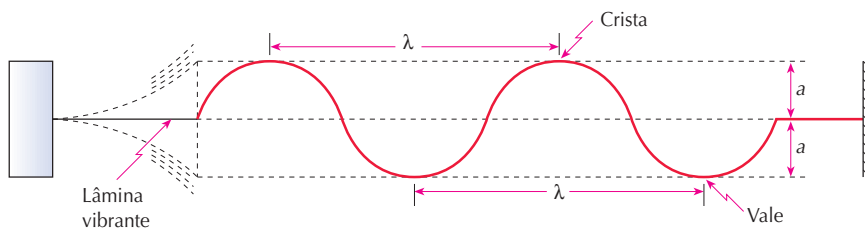
### Termos e conceitos

- trem de ondas
- crista
- vale

Até aqui estudamos pulsos repentinos e de curta duração. Quando um pulso segue o outro em uma sucessão, obtém-se um trem de ondas. Particularmente se essa sucessão for regular, isto é, se os pulsos forem produzidos sempre no mesmo intervalo de tempo, ter-se-á uma **onda periódica**. Nas ondas periódicas o formato das ondas individuais se repete em intervalos de tempo iguais.

Um tipo simples e muito importante de onda periódica tem a forma de uma **onda cossenoidal**, podendo ser originado por uma fonte que realiza um **movimento harmônico simples (MHS)**.

Se uma lâmina vibrante for posta a vibrar, sua extremidade executará um movimento periódico que, para amplitudes pequenas, pode ser considerado um MHS. Se uma corda flexível for fixada a essa extremidade da lâmina e esticada, observar-se-á a propagação de uma onda ao longo da corda, com a forma de uma onda cossenoidal (**fig. 14**). A fonte executa um MHS de amplitude  $a$ , período  $T$  e frequência  $f$ . À medida que a onda se propaga, cada ponto da corda executa, com atraso, o mesmo movimento da fonte, isto é, um MHS de amplitude  $a$ , período  $T$  e frequência  $f$ . Esses valores constituem, respectivamente, a amplitude, o período e a frequência da onda em propagação.

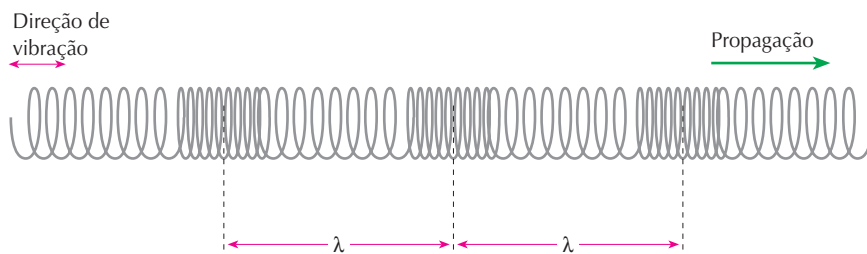


▶ **Figura 14.** Produção de ondas cossenoidais por uma lâmina em vibração, ao longo de uma corda tensa.

Nas ondas que se propagam ao longo da corda, os pontos mais altos costumam ser denominados **cristas**, e os pontos mais baixos, **vales**.

A distância entre duas cristas adjacentes e entre dois vales adjacentes permanece constante ao longo da corda, constituindo o **comprimento de onda** das ondas que se propagam, sendo representada (**fig. 14**) pela letra grega  $\lambda$  (lambda).

O **comprimento de onda**  $\lambda$  das ondas cossenoidais que se propagam num meio elástico é igual à distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos.



▶ **Onda periódica longitudinal propagando-se em uma mola.**

Na **figura 15** representa-se a produção e a propagação de ondas periódicas que se movem para a direita, representadas a cada intervalo de tempo  $\frac{T}{4}$ . Observe que, à medida que a fonte representada pelo ponto  $x$  realiza seu MHS, os demais pontos da corda ( $y$  e  $z$ ) repetem esse movimento a partir do instante em que são atingidos pela perturbação e, portanto, com atraso em relação à fonte.

A distância entre os pontos  $x$  e  $z$  é o comprimento de onda  $\lambda$ . Note que essa distância é percorrida pela onda entre o instante  $t = 0$  e o instante  $t = T$ , quando o ponto  $z$  é atingido. Portanto **o comprimento de onda  $\lambda$  é percorrido pela onda no período  $T$** . Assim, temos que:  $\Delta s = \lambda$  em  $\Delta t = T$ . Então a velocidade de propagação da onda pode ser escrita como:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$$

Sendo a frequência  $f = \frac{1}{T}$ , podemos ter ainda:

$$v = \lambda f$$

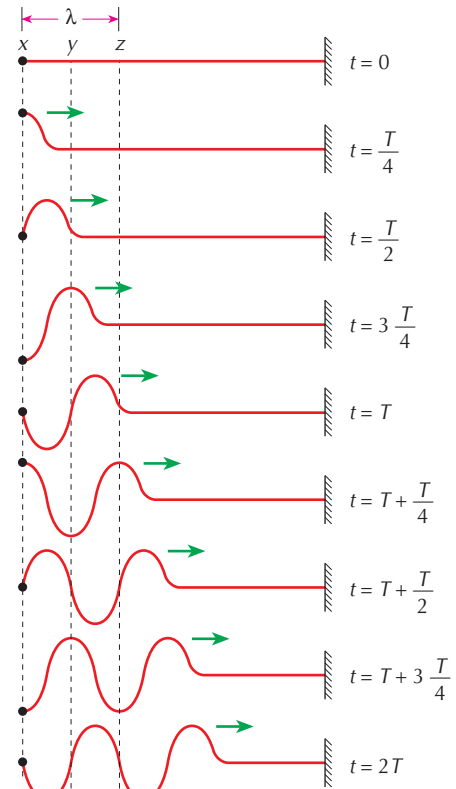


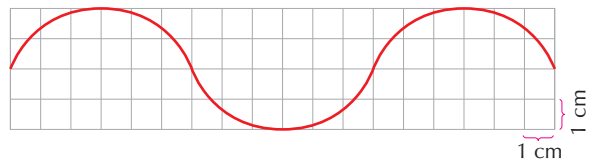
Figura 15. Uma onda percorre o comprimento de onda  $\lambda$  no período  $T$ .

Estas duas últimas fórmulas são fundamentais no estudo das ondas periódicas, sendo importante lembrar que **a frequência de uma onda é sempre igual à frequência da fonte que a emitiu**. A velocidade das ondas mecânicas, como as que se propagam ao longo de uma corda tensa, não depende da frequência das ondas que se propagam. Depende apenas das características do meio.

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

**R. 121** A figura representa a forma de uma corda, num determinado instante, por onde se propaga uma onda. Sabendo que a velocidade dessa onda é de 6 cm/s, determine:

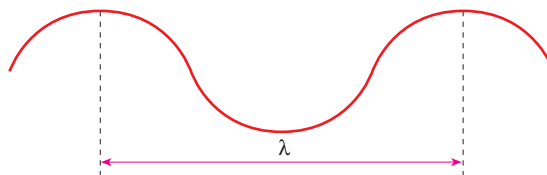
- a) o comprimento de onda;      b) a frequência.



**Solução:**

- a) Como cada divisão do gráfico é de 1 cm, a distância entre duas cristas adjacentes (comprimento de onda) vale:

$$\lambda = 12 \text{ divisões} \cdot 1 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 12 \text{ cm}$$



- b) Sendo a velocidade dessa onda  $v = 6 \text{ cm/s}$  e  $v = \lambda f$ , tem-se a frequência:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{6}{12} \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz}$$

**Respostas:** a) 12 cm; b) 0,5 Hz

**R. 122** Um oscilador é ligado a uma corda tensa e em 6 s produz ondas que assumem o aspecto indicado abaixo:



A distância entre duas cristas sucessivas é de 20 cm. Determine:

- a frequência da onda;
- a velocidade de propagação da onda na corda.

**Solução:**

- Pelo esquema são produzidas três vibrações em 6 s. Assim, a frequência pode ser calculada por regra de três simples e direta:

$$\begin{cases} 6 \text{ s} \rightarrow 3 \text{ vibrações} \\ 1 \text{ s} \rightarrow f \end{cases} \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz}$$

- A distância entre duas cristas sucessivas é o comprimento de onda  $\lambda$ .

Portanto:  $\lambda = 20 \text{ cm}$

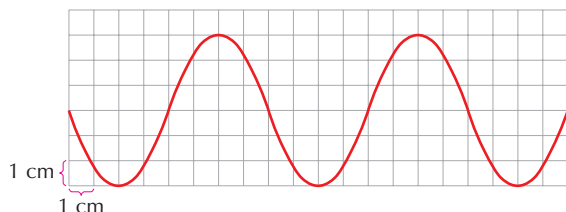
Assim, a velocidade de propagação da onda na corda é dada por:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = 20 \cdot 0,5 \Rightarrow v = 10 \text{ cm/s}$$

**Respostas:** a) 0,5 Hz; b) 10 cm/s

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

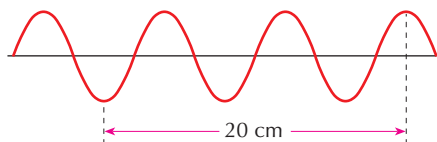
**P. 426** A figura representa a forma de uma corda, num determinado instante, por onde se propaga uma onda. A velocidade de propagação da onda é de 8 cm/s. Cada divisão do gráfico é de 1 cm.



Determine:

- a amplitude e o comprimento de onda;
- a frequência da onda.

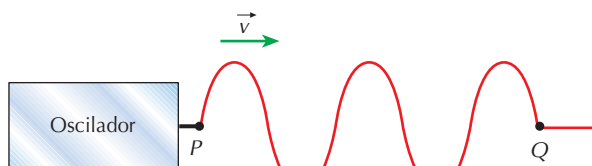
**P. 427** O aspecto instantâneo de uma corda por onde se propaga uma onda é indicado abaixo. Cada ponto da corda executa uma vibração completa em 2 s. Qual é a velocidade de propagação da onda na corda?



**P. 428** Uma fonte produz ondas periódicas na superfície de um lago. Essas ondas percorrem 250 cm em 2 s. A distância entre duas cristas sucessivas de onda é 25 cm. Determine:

- a velocidade de propagação da onda;
- o comprimento de onda;
- a frequência.

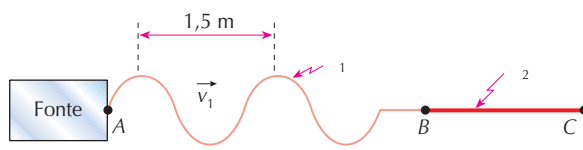
**P. 429** Em 2 s, um oscilador produz ondas numa corda, apresentada na figura abaixo, entre os pontos P e Q.



- Qual é a frequência dessa onda?
- Sendo a velocidade de propagação da onda igual a 0,5 m/s, qual o seu comprimento de onda?

**P. 430** (UFV-MG) A figura mostra uma onda transversal periódica, que se propaga com velocidade  $v_1 = 12 \text{ m/s}$ , numa corda AB cuja densidade linear é  $\mu_1$ . Essa corda está ligada a uma outra, BC, cuja densidade linear é  $\mu_2$ , sendo a velocidade de propagação da onda  $v_2 = 8 \text{ m/s}$ . Calcule:

- o comprimento da onda quando se propaga na corda BC;
- a frequência da onda.



**P. 431** Uma estação de rádio transmite em FM na frequência de 100 MHz. A velocidade de propagação das ondas de rádio é de  $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Em qual comprimento de onda a estação está transmitindo?

# Função de onda

### Objetivo

▶ Analisar, a partir da função de onda, as características de uma onda que se propaga em uma corda.

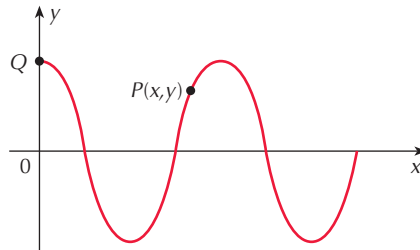
### Termos e conceitos

- ondas em concordância de fase
- ondas em oposição de fase

Seja  $Q$  a extremidade da corda ligada à lâmina vibrante, conforme vimos na seção 17.3, **figura 14**.

Considere um sistema de coordenadas  $Oxy$  (**fig. 16**). O ponto  $Q$  realiza MHS de função horária  $y_Q = a \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ , em que  $\varphi_0$  é a fase inicial da extremidade  $Q$ , isto é, da fonte que realiza MHS. Conhecida a função horária de  $Q$ , podemos obter a função horária de outro ponto,  $P$ , da corda de coordenadas  $x$  e  $y$ .

As ondas produzidas em  $Q$  atingem o ponto  $P$  após o intervalo de tempo  $\Delta t = \frac{x}{v}$  (sendo  $v$  a velocidade de propagação da onda).



◀ **Figura 16.** O ponto  $Q$  realiza MHS de função horária  $y_Q = a \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ .

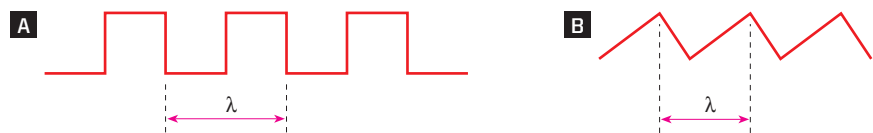
O ponto  $P$  realiza MHS com atraso em relação ao ponto  $Q$ . A função horária do movimento de  $P$  será:

$$y = a \cdot \cos[\omega \cdot (t - \Delta t) + \varphi_0] \Rightarrow y = a \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{T} \cdot \left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

$$y = a \cdot \cos\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Fixado o valor de  $x$ , a expressão acima fornece a função horária do movimento do ponto de abscissa  $x$ . Fixado o valor de  $t$ , a expressão acima indica, no gráfico  $Oxy$ , a configuração da corda no instante  $t$ . Essa função de duas variáveis  $x$  e  $t$  é denominada **função de onda**.

Existem ondas periódicas não cossenoidais, como a onda quadrada e a onda dente de serra da **figura 17**. Os conceitos de frequência e comprimento de onda são aplicáveis a todas as ondas periódicas.



▶ **Figura 17.** Outros tipos de ondas periódicas: (A) onda quadrada; (B) onda dente de serra.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**R. 123** Uma onda se propaga de acordo com a função  $y = 4 \cdot \cos\left[2\pi \cdot (10t - 2x) + \frac{\pi}{2}\right]$ , para  $x$  e  $y$  em cm e  $t$

- em segundos. Determine:
- a) a amplitude da onda;
  - b) o comprimento de onda;
  - c) o período da onda;
  - d) a velocidade de propagação.



### Solução:

A função de onda é dada por:  $y = a \cdot \cos \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$

Comparando-a com a função:  $y = 4 \cdot \cos \left[ 2\pi \cdot (10t - 2x) + \frac{\pi}{2} \right]$ , resulta:

a)  $a = 4 \text{ cm}$

c)  $\frac{1}{T} = 10 \Rightarrow T = 0,1 \text{ s}$

b)  $\frac{1}{\lambda} = 2 \Rightarrow \lambda = 0,5 \text{ cm}$

d)  $v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{0,5}{0,1} \Rightarrow v = 5 \text{ cm/s}$

**Respostas:** a) 4 cm; b) 0,5 cm; c) 0,1 s; d) 5 cm/s

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

**P. 432** (Faap-SP) Uma onda mecânica se propaga de acordo com a função:  $y = 3 \cdot \cos [2\pi \cdot (20t - 4x)]$ , com  $x$  e  $y$  em centímetros e  $t$  em segundos. Determine, para essa onda:

a) a amplitude;

c) o período da onda;

b) o comprimento de onda;

d) a velocidade de propagação.

**P. 433** Uma onda transversal se propaga, obedecendo à função:  $y = 4 \cdot \cos [\pi \cdot (10t - 2x) + \pi]$ , com  $x$  e  $y$  em centímetros e  $t$  em segundos. Determine a velocidade de propagação da onda.

### Concordância e oposição de fase

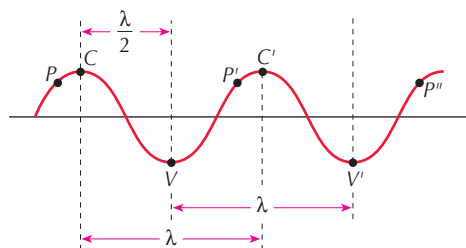
Na **figura 18** destacamos diversos pontos de uma onda propagando-se em uma corda num determinado instante. Os pontos de crista  $C$  e  $C'$  estão em posições de elongação máxima em suas oscilações para cima. Os pontos de vale  $V$  e  $V'$  estão em posições de mesma elongação que  $C$  e  $C'$ , porém para baixo. Os pontos  $C$  e  $C'$  e os pontos  $V$  e  $V'$  foram destacados porque suas oscilações são idênticas em qualquer instante. A distância  $CC'$  é igual ao comprimento de onda  $\lambda$ , assim como a distância  $VV'$ . Diz-se que os pontos  $C$  e  $C'$  oscilam em **concordância de fase**, o mesmo sucedendo com os pontos  $V$  e  $V'$ .

Ao longo da corda podemos encontrar muitos pontos que oscilam em concordância de fase. Assim, os pontos  $P$ ,  $P'$  e  $P''$  da **figura 18** estão em concordância de fase, valendo  $\overline{PP'} = \lambda$  e  $\overline{PP''} = 2\lambda$ . De modo geral, podemos dizer:

Pontos de uma onda separados por uma distância  $\lambda$ ,  $2\lambda$ ,  $3\lambda$ , ...,  $n\lambda$  (sendo  $n$  um número inteiro, isto é,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ) oscilam em concordância de fase.

Considerando a crista  $C$  e o vale  $V$ , notamos que  $C$  alcança sua elongação máxima para cima no mesmo instante em que  $V$  alcança sua elongação máxima para baixo. Quando  $C$  começa a descer,  $V$  começa a subir. Os pontos  $C$  e  $V$ , assim como  $C$  e  $V'$ , oscilam em oposição de fase, sendo  $CV = \frac{\lambda}{2}$  e  $CV' = \frac{\lambda}{2} + \lambda = 3\frac{\lambda}{2}$ . Ao longo da corda podemos encontrar muitos pontos que oscilam em **oposição de fase**. De modo geral, podemos dizer:

Pontos de uma onda separados por uma distância  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $3\frac{\lambda}{2}$ ,  $5\frac{\lambda}{2}$ , ...,  $(2n - 1)\frac{\lambda}{2}$  (sendo  $n$  um número inteiro, isto é,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ) oscilam em oposição de fase.



**Figura 18.** Pontos que oscilam em concordância de fase e em oposição de fase numa onda propagando-se numa corda.



## Concordância e oposição de fase

Os dois enunciados que acabamos de apresentar, referentes à concordância e à oposição de fase, podem ser demonstrados a partir da função de onda:

$$y = a \cdot \cos \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$$

Nessa fórmula, o ângulo  $\varphi = 2\pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0$  é a **fase** da onda em um ponto  $P(x, y)$  de corda em um instante  $t$ .

Expressando a diferença de fase entre dois pontos  $P_1$  e  $P_2$  (de abscissas  $x_1$  e  $x_2$ , respectivamente) em um dado instante por  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ , obtemos:

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + \varphi_0 - \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right] = 2\pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Para  $\Delta\varphi = 2n\pi$  rad, os pontos  $P_1$  e  $P_2$  estão em **concordância de fase**:

$$2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} = 2n\pi \Rightarrow \Delta x = n \cdot \lambda \quad (\text{sendo } n \text{ um número inteiro})$$

Para  $\Delta\varphi = (2n - 1) \cdot \pi$ , os pontos  $P_1$  e  $P_2$  estão em **oposição de fase**:

$$2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} = (2n - 1) \cdot \pi \Rightarrow \Delta x = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (\text{sendo } n \text{ um número inteiro})$$

## Seção 17.5

### Objetivos

- ▶ Analisar as frentes de onda nas propagações bidimensionais e tridimensionais.
- ▶ Conhecer o princípio de Huygens.

### Termos e conceitos

- ondas retas
- ondas circulares
- ondas planas
- ondas esféricas

## Frente de onda. Princípio de Huygens

Para as ondas bi e tridimensionais define-se **frente de onda** como o conjunto de todos os pontos do meio que, em determinado instante, são atingidos pela mesma fase da onda que se propaga. A primeira frente de onda separa a região perturbada da região que ela ainda não perturbou.

Na propagação bidimensional em meios homogêneos e isótropos (que apresentam as mesmas propriedades em todas as direções), as frentes de onda podem ser **retas** ou **circulares** (fig. 19). As ondas são chamadas, respectivamente, **ondas retas** ou **ondas circulares**.

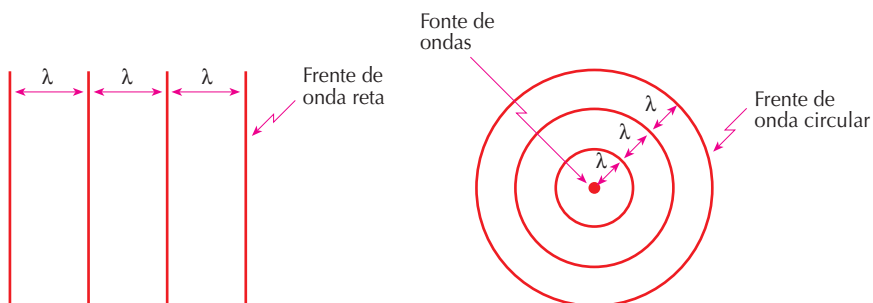


Figura 19. Frentes de onda em propagação bidimensional.

Na propagação tridimensional em meios homogêneos e isotrópicos, as frentes de onda podem ser **planas** ou **esféricas** (fig. 20). Neste caso, as ondas são chamadas, respectivamente, **ondas planas** ou **ondas esféricas**.

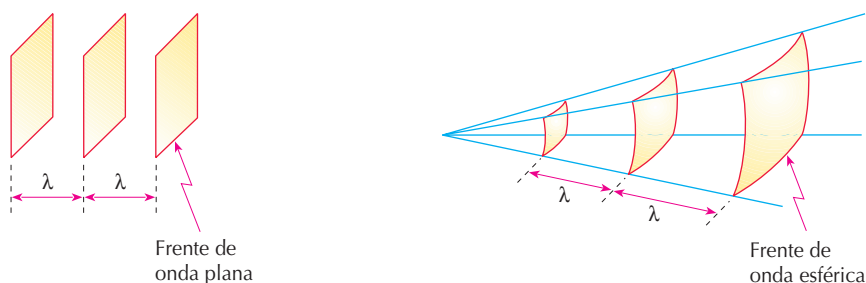


Figura 20. Frentes de onda em propagação tridimensional.

Na representação gráfica de uma onda em propagação, é costume retratar a frente de onda e suas posições anteriores defasadas de um período  $T$  e, portanto, distantes  $\lambda$  uma da outra (figs. 19 e 20). Os pontos dessas frentes estão sempre vibrando em concordância de fase.

O **princípio de Huygens\*** possibilita determinar a posição de uma frente de onda num instante  $t$ , conhecendo-se a posição dessa frente em um instante anterior, que se convencionou  $t_0 = 0$ .

Cada ponto de uma frente de onda, no instante  $t_0 = 0$ , pode ser considerado uma fonte de ondas secundárias, produzidas no sentido de propagação e com a mesma velocidade no meio. No instante posterior  $t$ , a nova frente de onda é a superfície que tangencia essas ondas secundárias.

A **figura 21** representa a posição de duas frentes de onda, no instante  $t_0 = 0$ , uma reta e outra circular. Para determinar a posição da frente de onda no instante  $t$ , utiliza-se o princípio de Huygens: em  $t_0 = 0$ , cada ponto  $P$  da frente de onda é considerado uma fonte de onda secundária; no instante  $t$ , o raio dessas ondas é  $r = vt$ , sendo  $v$  a velocidade das ondas no meio homogêneo e isotrópico. A frente de onda nesse instante é a superfície que tangencia essas ondas secundárias.

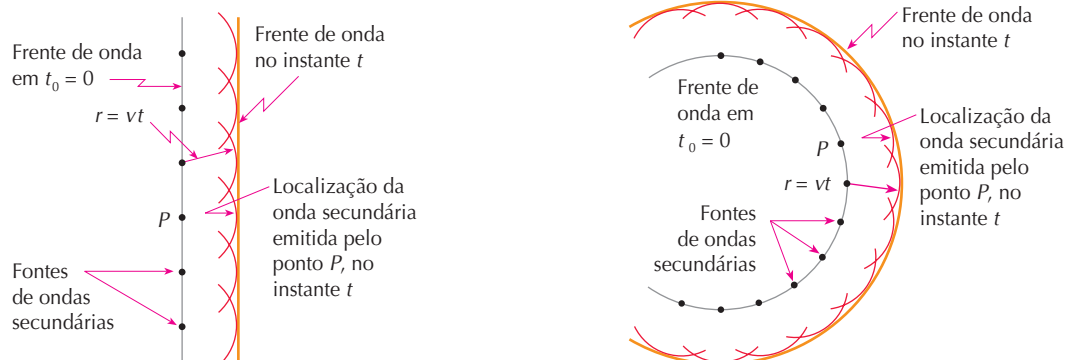


Figura 21. O princípio de Huygens aplicado à propagação de uma onda reta e de uma onda circular.



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>  
A Física em nosso Mundo: O Sol: fonte de energia

\* HUYGENS, Christian (1629-1695), físico, geômetra e astrônomo holandês. Além do princípio que leva o seu nome, são especialmente célebres seus trabalhos em Óptica.



## Objetivos

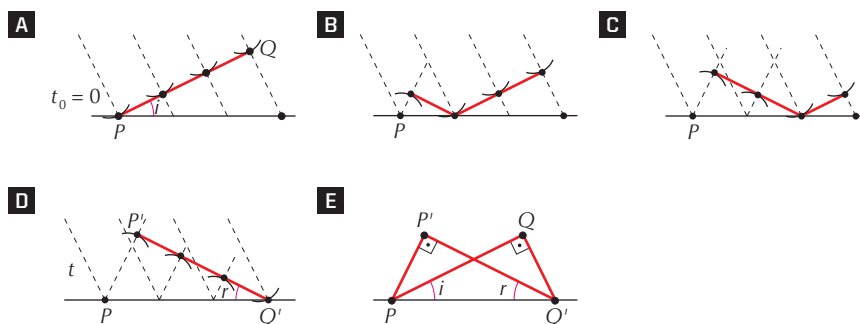
- ▶ Conhecer alguns fenômenos ondulatórios.
- ▶ Analisar quais os tipos de ondas que podem ser polarizadas.

## Termos e conceitos

- raio de onda
- onda polarizada
- laser

## 1 Reflexão de ondas

Considere ondas retas propagando-se na superfície da água em direção a um anteparo plano refletor. Quando a primeira frente de onda atinge o anteparo, no instante  $t_0 = 0$ , o ponto  $P$  do anteparo torna-se fonte de uma onda secundária, conforme o princípio de Huygens (fig. 22A). Observe que a frente de onda incide no anteparo segundo o **ângulo de incidência**  $i$ . À medida que ela vai atingindo outros pontos do anteparo, estes também tornam-se fontes de ondas secundárias (figs. 22B e 22C). No instante  $t$  o ponto  $Q$  da primeira frente de onda incidente atinge o anteparo em  $Q'$ .



▲ **Figura 22.** Reflexão de uma frente de onda reta na superfície da água num anteparo refletor plano. O ângulo de incidência  $i$  é igual ao ângulo de reflexão  $r$ .

Ainda na **figura 22**, as ondas secundárias emitidas pelos pontos que já atingiram o anteparo constituem a frente de onda refletida, segundo o **ângulo de reflexão**  $r$ , em relação ao anteparo (fig. 22D). Na **figura 22E**, destacamos a frente de onda incidente, no instante  $t_0 = 0$ , e a frente de onda refletida, no instante  $t$ . Os triângulos  $PQQ'$  e  $PP'Q'$  são congruentes, pois são retângulos, têm hipotenusa  $PQ'$  comum e lados  $QQ'$  e  $PP'$  congruentes (note que  $QQ' = vt$  e  $PP' = vt$ , sendo  $v$  a velocidade de propagação da onda no meio). Então, concluímos que: **o ângulo de reflexão  $r$  é igual ao ângulo de incidência  $i$ .**

Na **figura 23**, a fim de indicar a direção e o sentido de propagação da onda, desenhou-se, em azul, uma linha perpendicular à frente de onda, denominada **raio de onda**. Trata-se de um elemento puramente geométrico, que é frequentemente útil para representar a direção e o sentido de propagação de uma onda. Como ângulos de lados perpendiculares são iguais, o esquema da **figura 23** destaca o raio representativo da onda incidente, formando ângulo  $i$  com a normal  $NN'$  à superfície refletora, e o raio representativo da onda refletida, formando ângulo  $r$  com a normal  $NN'$ .

A igualdade entre os ângulos de reflexão e de incidência é válida para qualquer tipo de onda, como, por exemplo, para as ondas sonoras e as ondas luminosas.



▲ **Figura 23.** Raio incidente e raio refletido de uma onda plana na superfície da água.

Reprodução proibida. Art.184, do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Refração de ondas

Considere uma onda reta passando de uma região para outra, na qual a velocidade de propagação seja diferente. Como exemplo, podemos citar ondas na superfície da água propagando-se em regiões de profundidades diferentes. Experiências mostram que a **onda se propaga com maior velocidade na região mais profunda**.

Quando uma onda reta na superfície da água incide segundo um ângulo  $i_1$  numa abrupta mudança de profundidade, como na **figura 24**, a mudança na velocidade faz com que a frente de onda mude a direção de propagação, passando a formar ângulo  $i_2$ .

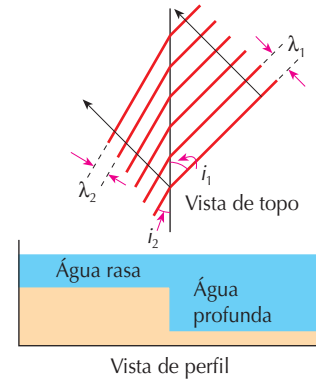


Figura 24. Refração de ondas na água.

Esse fenômeno é a **refração das ondas**. Sendo  $v_1$  a velocidade na parte mais profunda,  $\lambda_1$  o comprimento da onda incidente,  $v_2$  a velocidade na parte mais rasa e  $\lambda_2$  o comprimento da onda refratada, tem-se  $v_1 = \lambda_1 f$  e  $v_2 = \lambda_2 f$ . Como a frequência  $f$  é a mesma, pois depende apenas da fonte, e  $v_1 > v_2$ , o comprimento de onda na água profunda é maior que o comprimento de onda na água rasa ( $\lambda_1 > \lambda_2$ ).

No instante  $t_0 = 0$ , a frente de onda  $PQ$  no meio ①, com velocidade  $v_1$ , incide na superfície de separação dos meios, segundo o ângulo  $i_1$  (fig. 25). O ponto  $P$ , pelo princípio de Huygens, torna-se fonte de ondas secundárias no meio ②, com velocidade  $v_2$ . No instante  $t$ , as ondas originadas por  $P$  estarão em  $P'$ , tendo percorrido a distância  $v_2 t$ . Nesse instante as ondas emitidas pela fonte secundária  $Q$  atingiram o ponto  $Q'$  da superfície de separação dos meios, percorrendo a distância  $v_1 t$ . Nesse instante  $t$ , a frente de onda refratada faz com a superfície de separação o ângulo  $i_2$ .

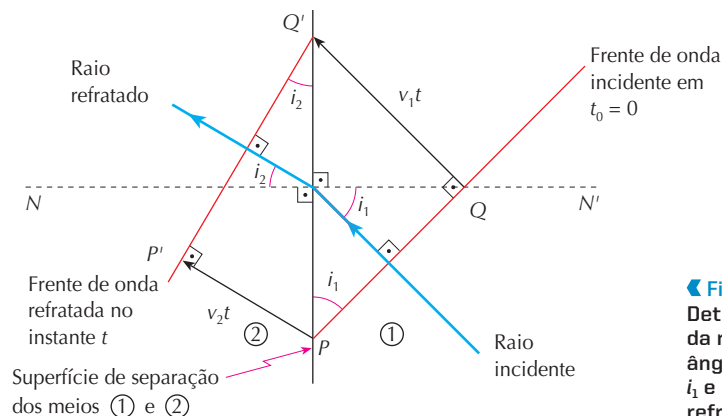


Figura 25. Determinação da relação entre o ângulo de incidência  $i_1$  e o ângulo de refração  $i_2$ .

No triângulo retângulo  $PQQ'$ :  $\text{sen } i_1 = \frac{v_1 t}{PQ'}$  e, no triângulo retângulo  $PQ'P'$ :  $\text{sen } i_2 = \frac{v_2 t}{PQ'}$

Assim, temos:

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = \frac{v_1 t}{PQ'} \cdot \frac{PQ'}{v_2 t} \Rightarrow \frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

Na **figura 25** traçamos os raios incidente e refratado, que formam com a normal  $NN'$ , respectivamente, os ângulos  $i_1$  e  $i_2$ .

A **lei de Snell-Descartes**, que, como vimos na Óptica Geométrica, trata da refração das ondas luminosas, pode ser deduzida a partir da fórmula anterior. Realmente, a relação  $\frac{v_1}{v_2}$  é igual à relação inversa dos respectivos índices de refração  $n_1$  e  $n_2$  (veja o exercício **R.86**):

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Portanto:

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

ou

$$n_1 \cdot \text{sen } i_1 = n_2 \cdot \text{sen } i_2$$

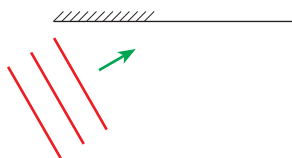
Como a velocidade da onda no meio ② é menor que no meio ①, a frente de onda refratada inclina-se em relação à superfície de separação e o raio refratado aproxima-se da normal. Esse fenômeno é frequentemente observado com as ondas do mar em uma praia. A velocidade de uma onda é constantemente reduzida, à medida que ela se aproxima da praia, pois a onda move-se para regiões em que a água fica gradualmente mais rasa. Quando se aproximam da praia, as frentes de onda ficam quase paralelas à linha do litoral.



Na praia as ondas “quebram” paralelamente à linha do litoral, em virtude da variação da profundidade da água, sofrendo refração.

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

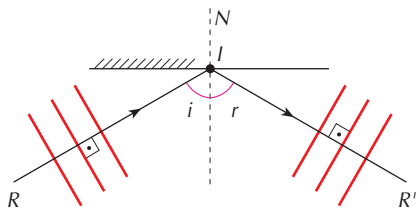
- R. 124** Uma onda reta propagando-se na superfície da água de um tanque incide numa superfície refletora, como mostra a figura, na qual representamos as frentes de onda. A seta indica o sentido de propagação.



- Desenhe as frentes de onda após a reflexão.
- Análise o que ocorre com a frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda após o fenômeno da reflexão.

**Solução:**

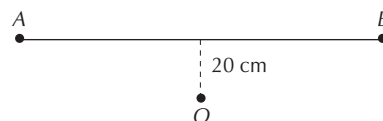
- Inicialmente desenhamos o raio de onda  $R$  incidente. Da igualdade entre os ângulos de reflexão e de incidência ( $r = i$ ), obtemos o raio de onda  $R'$  refletido. As frentes de onda refletidas são perpendiculares a  $R'$ .



- Na reflexão, a frequência, a velocidade de propagação e o comprimento de onda não variam.

**Respostas:** a) esquema; b) As três grandezas mencionadas no enunciado não variam.

- R. 125** Uma pedra cai no ponto  $O$  da superfície da água contida num tanque, produzindo uma frente de onda circular que se propaga com velocidade de  $5 \text{ cm/s}$ . O ponto  $O$  está a  $20 \text{ cm}$  da parede  $AB$  do tanque. Considere as outras paredes bem distantes de  $O$ . Represente a frente de onda  $6 \text{ s}$  após a perturbação.

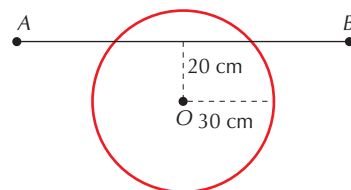


**Solução:**

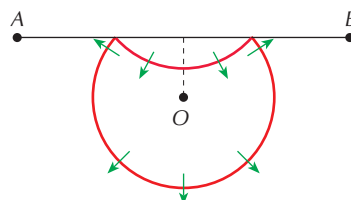
Em  $6 \text{ s}$  a frente de onda percorre a distância:

$$d = v \cdot \Delta t \Rightarrow d = 5 \cdot 6 \Rightarrow d = 30 \text{ cm}$$

Se não existisse a parede, a frente da onda teria o seguinte aspecto:

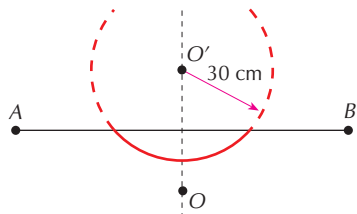


A parte da frente de onda que ultrapassa a parede já sofreu reflexão e o esquema será:



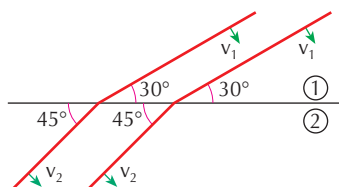


O arco refletido tem centro no ponto  $O'$  simétrico de  $O$  em relação à parede  $AB$ .



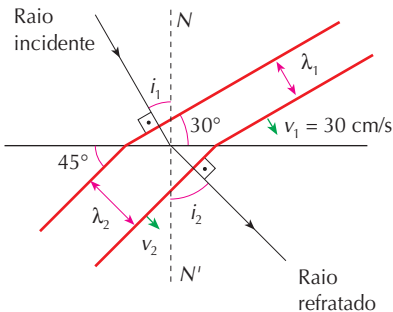
**R. 126** Em um tanque, as frentes de ondas retas na superfície da água, ao passarem de uma parte rasa a outra, profunda, o fazem sob ângulo de  $30^\circ$  e  $45^\circ$ , conforme a figura. Sendo a velocidade de propagação no meio ① igual a  $v_1 = 30$  cm/s, determine:

- a velocidade  $v_2$  de propagação no meio ②;
- a razão entre os comprimentos de onda em ① e em ②.



**Solução:**

- Traça-se a normal  $\overline{NN'}$ , o raio incidente e o raio refratado, conforme a figura.



Temos:  $\text{sen } i_1 = \text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$ ;

$\text{sen } i_2 = \text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Sabendo que  $v_1 = 30$  cm/s, obtemos:

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{30}{v_2} \Rightarrow v_2 = 30\sqrt{2} \text{ cm/s}$$

- A frequência não muda na refração. Assim,

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1} = f = \frac{v_2}{\lambda_2}; \text{ portanto:}$$

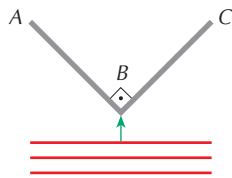
$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{30}{30\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Respostas:** a)  $30\sqrt{2}$  cm/s; b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

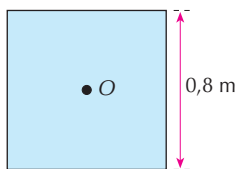
**Entre na rede** No endereço eletrônico [http://www.walter-fendt.de/ph11br/huygenspr\\_br.htm](http://www.walter-fendt.de/ph11br/huygenspr_br.htm) (acesso em agosto/2009) você pode analisar a reflexão e a refração de uma onda por meio do princípio de Huygens.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

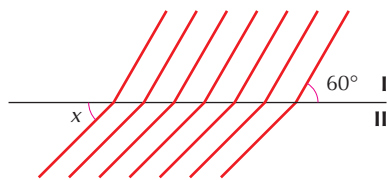
**P. 434** Uma onda reta propagando-se na superfície da água de um tanque incide num anteparo  $ABC$  refletor. Na figura representamos as frentes de onda. A seta indica o sentido de propagação. Desenhe as frentes de onda após a reflexão.



**P. 435** Uma pedra cai no ponto  $O$  da superfície da água contida num tanque, produzindo uma frente de onda circular que se propaga com velocidade de  $10$  cm/s. O tanque tem seção quadrada de lado  $0,8$  m e o ponto  $O$  é o centro. Represente a frente de onda  $5$  s após o impacto da pedra.



**P. 436** A figura mostra ondas que se propagam na água (meio I) e estão passando para o meio II. O comprimento de onda no meio I é  $4$  cm e no meio II é  $2$  cm.



Determine:

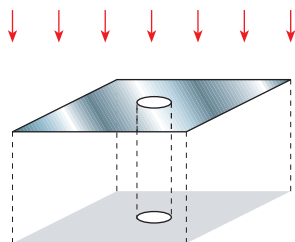
- o seno do ângulo  $x$ ;
- a relação entre as velocidades nos dois meios.

**P. 437** Uma onda se propaga num meio com velocidade  $10$  m/s e frequência  $5$  Hz e passa para outro meio onde a velocidade é  $5$  m/s. Determine:

- o comprimento de onda no primeiro meio;
- a frequência e o comprimento de onda no segundo meio.

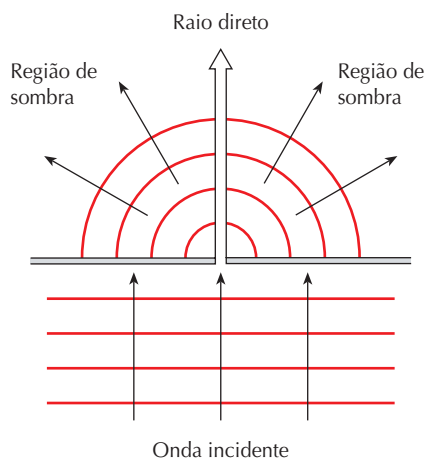
## Difração de ondas

Segurando uma placa metálica contra a luz do Sol, obtemos no chão sua sombra projetada. Fazendo um pequeno orifício na placa, como na **figura 26**, observamos uma mancha luminosa no chão com as mesmas dimensões do orifício. Concluimos então que **as ondas luminosas estão se propagando em linha reta**.



◀ **Figura 26.** Experiência que permite constatar que as ondas luminosas estão se propagando em linha reta.

Realizando experiência análoga com ondas na superfície da água, considere que essas ondas incidem num obstáculo dotado de estreita abertura (**fig. 27**). Constata-se que as ondas na água atravessam a abertura e, ao contrário das ondas luminosas, não ficam confinadas na região que denominaremos raio direto. Elas se espalham em todas as direções a partir da abertura. Esse fenômeno denomina-se **difração** e corresponde à possibilidade de uma onda contornar um obstáculo, penetrando na região de sombra.



◀ **Figura 27.** Difração de ondas na superfície da água.

A difração é explicada pelo princípio de Huygens: quando os pontos da abertura são atingidos pela frente de onda, eles tornam-se fontes de ondas secundárias que mudam a direção de propagação da onda principal, contornando o obstáculo.

Existe uma razão para essa grande diferença entre os comportamentos das ondas luminosas e das ondas na água. Experiências mostraram que também a luz pode apresentar difração como as ondas na água. Entretanto, **o fenômeno somente será nítido quando as dimensões da abertura ou do obstáculo forem da ordem de grandeza do comprimento de onda da onda incidente**.

As ondas luminosas têm comprimento de onda em torno de  $5 \cdot 10^{-7}$  m, enquanto uma onda na água pode ter comprimentos de onda de muitos centímetros ou metros. A difração da luz só será nítida quando a dimensão do obstáculo for muito pequena.

No Capítulo 19 veremos que o comprimento de onda do som varia entre aproximadamente 2 cm e 20 m; assim, a difração do som é facilmente notada. Uma evidência disso é o fato de podermos ouvir uma pessoa falar numa outra sala, apesar de não a estarmos vendo.

Na Óptica Geométrica utilizamos o princípio da propagação retilínea da luz, admitindo que um raio de luz não contorna obstáculos como espelhos, lentes etc. Não consideramos a difração, pois geralmente as dimensões laterais desses objetos são muito maiores que o comprimento de onda da luz.

## 4 Polarização de ondas

Movimentando-se a extremidade de uma corda para cima, para baixo e lateralmente, obtém-se na corda uma onda denominada onda **não polarizada** ou natural. Nessas condições, as partes constituintes do meio de propagação (a corda) oscilam em várias direções, perpendiculares à direção de propagação da onda.

Quando as oscilações de todas as partes de um meio estão em um mesmo plano, diz-se que a onda é **polarizada**. O aparelho utilizado para polarizar uma onda é chamado **polarizador**. Na **figura 28** é representada a polarização de ondas numa corda.

No ponto *A* da corda provocam-se oscilações em várias direções, originando ondas que não são polarizadas. A fenda *F* na tábua funciona como polarizador, e as ondas à direita da tábua são polarizadas: o ponto *B* da corda oscila apenas em uma direção.

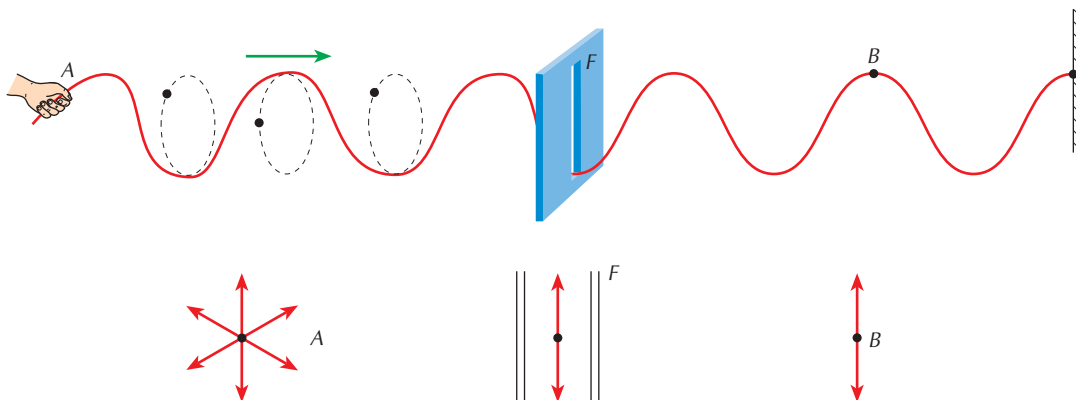


Figura 28.

**Somente ondas transversais podem ser polarizadas.** Uma onda longitudinal, como as de compressão na mola helicoidal da **figura 29**, atravessa a fenda *F* da tábua sem nenhuma modificação. **As ondas longitudinais não podem ser polarizadas.**

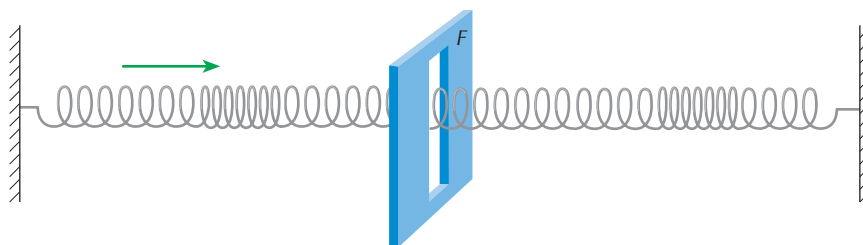


Figura 29. As ondas longitudinais não se polarizam.

O caráter transversal das ondas eletromagnéticas, como as luminosas, ficou evidenciado pelo fato de elas serem polarizadas mediante aparelhos adequados chamados **polarizadores**.

Na situação descrita na **figura 28**, vamos dispor ainda de outra tábua provida de uma fenda *F'* perpendicular à primeira (**fig. 30**). A onda não atravessará essa tábua, e a corda, a partir daí, ficará reta.

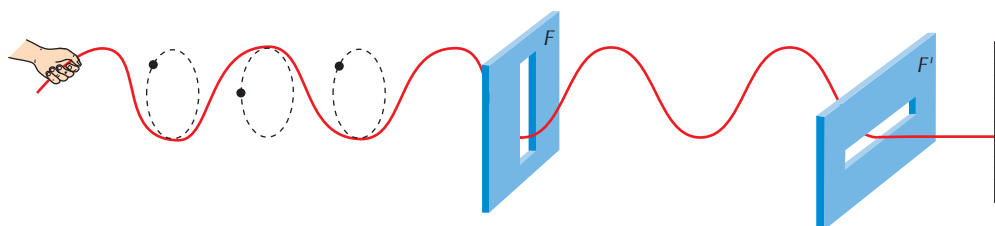
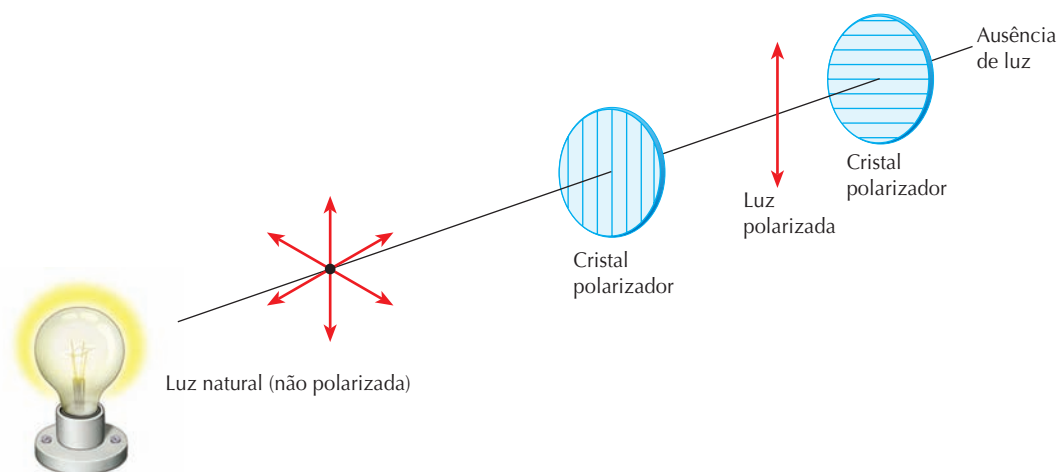


Figura 30. As fendas *F* e *F'* são cruzadas.

De modo análogo e por meio de determinados cristais, como por exemplo a calcita, pode-se polarizar a luz (fig. 31).



▲ Figura 31.

O primeiro cristal da figura é o **polarizador** e o segundo é o **analisador**. O primeiro (polarizador) permite obter a luz polarizada e o outro (analisador) nos revela o fenômeno, uma vez que nossa vista não consegue distinguir a luz natural da luz polarizada.

Existem lâminas, constituídas de pequenos cristais, que possuem a propriedade de polarizar a luz ou de analisá-la. Tais lâminas são chamadas **polaroides**.

## Eliminação de reflexos

A luz natural, ao ser refletida em poças-d'água e em placas de vidro, se polariza. Os óculos polaroides, atuando como analisadores, não permitem a passagem da luz refletida polarizada. O mesmo ocorre com filtros polaroides existentes em máquinas fotográficas. Assim, ocorre a eliminação de reflexos.



▲ Na foto (A), a luz refletida dificulta ver detalhes no interior da vitrine. A foto (B) foi tirada com a mesma câmera, mas utilizando-se um filtro polaroide. Observe como o interior da vitrine fica bem mais nítido, pois a luz refletida praticamente não passa pelo filtro.

**Entre na rede** No endereço eletrônico <http://www.seara.ufc.br/tintim/fisica/polarizacao/tintim12.htm> (acesso em agosto/2009) você encontra textos interessantes sobre os polaroides e experiências simples que podem ser feitas com eles.

## » Cinema em três dimensões

A visão de um objeto com os dois olhos ao mesmo tempo é que nos proporciona a sensação de profundidade e relevo. Ela é chamada de **visão estereoscópica**.

Num filme em três dimensões, cada cena é tomada por duas câmeras sob ângulos diferentes e bem próximos, como se fossem os olhos de um espectador. Obtêm-se assim dois filmes. Eles são projetados na tela utilizando-se luzes polarizadas em planos perpendiculares e o espectador vê duas imagens. Porém, utilizando óculos dotados de polaroides cruzados, cada olho percebe uma das imagens e não deixa passar a luz da outra. Assim, cada olho do espectador capta a mesma cena sob ângulos diferentes, o que produz a visão em três dimensões. Essa técnica foi desenvolvida nos anos 1930.

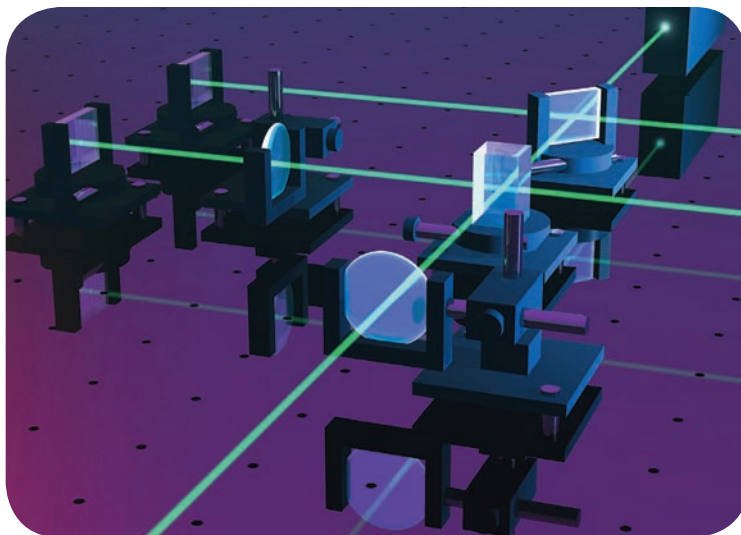
Atualmente, utilizando-se outros princípios, novas técnicas têm sido desenvolvidas, destacando-se o chamado **sistema sólido**. O filme é visto com óculos cujas lentes são de cristal líquido. Um sinal infravermelho, emitido pelo sistema de projeção, torna, alternadamente, as lentes opacas. Desse modo, utilizando-se dois projetores, cada cena é percebida por um olho e depois pelo outro, numa sequência muito rápida, o que ocasiona a sensação de profundidade.

## » Fontes luminosas comuns e fontes *laser*

Quando a corrente elétrica atravessa o filamento de uma lâmpada incandescente, ocorre a transformação de energia elétrica em energia térmica, por causa das colisões dos elétrons que constituem a corrente elétrica com os átomos do filamento. Ao mesmo tempo, os átomos do filamento são excitados, isto é, com as colisões seus elétrons passam para um nível energético mais elevado, saltando de uma órbita mais interna para outra mais externa. Quando volta ao seu nível de energia anterior, o elétron emite a energia que recebeu na forma de luz.

A luz é uma onda eletromagnética. Ela se propaga no vácuo e em certos meios materiais. As ondas eletromagnéticas são emitidas em todas as direções e com diferentes frequências e fases.

Na luz *laser* os átomos excitados são estimulados a emitir ondas eletromagnéticas de **mesma frequência** e em **concordância de fase**. Obtém-se, assim, um feixe de luz intenso (amplificado), monocromático e concentrado, propagando-se numa única direção e podendo ser focalizado numa região muito pequena. A palavra *laser* advém da expressão inglesa *light amplification by stimulated emission of radiation* (amplificação da luz pela emissão estimulada de radiação).

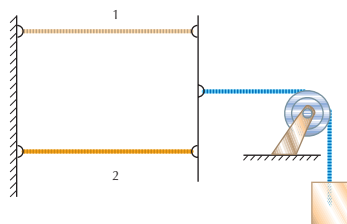




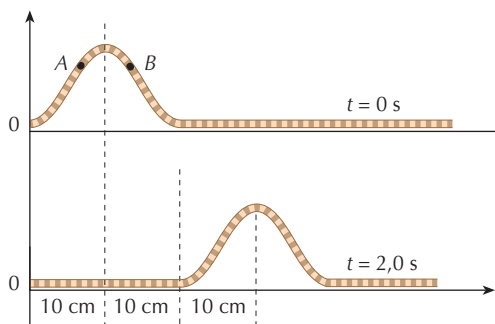
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

- P. 438** Uma corda tem densidade linear  $9 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}$  e está tracionada com força de intensidade  $10^{-2} \text{ N}$ . Uma extremidade da corda efetua um MHS de frequência  $2 \text{ Hz}$  e amplitude  $0,3 \text{ m}$ . Determine:
- a velocidade das ondas na corda;
  - o comprimento de onda;
  - a função de onda, suposta cossenoidal (considere  $\varphi_0 = 0$ ).

- P. 439** Duas cordas, de mesmo comprimento e densidades lineares na razão  $\frac{\mu_1}{\mu_2} = 2$ , são montadas em um suporte conforme a figura. Determine a razão  $\frac{v_1}{v_2}$  entre as velocidades de pulsos transversais que se propagam nas duas cordas.

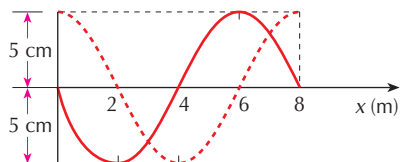


- P. 440** (Fuvest-SP) A figura representa, nos instantes  $t = 0 \text{ s}$  e  $t = 2,0 \text{ s}$ , configurações de uma corda sob tensão constante, na qual se propaga um pulso cuja forma não varia.



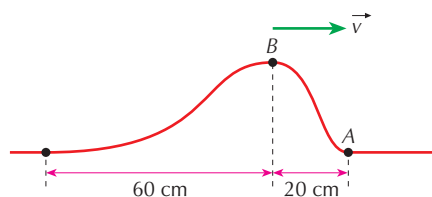
- Qual é a velocidade de propagação do pulso?
- Indique em uma figura a direção e o sentido das velocidades dos pontos materiais A e B da corda, no instante  $t = 0 \text{ s}$ .

- P. 441** (UFPR) A figura abaixo representa parte de uma onda propagando-se numa corda ao longo do eixo  $x$ . A curva cheia é a forma da corda no instante  $t_1 = 0,3 \text{ s}$ , e a curva tracejada, a forma em  $t_2 = 0,5 \text{ s}$ .



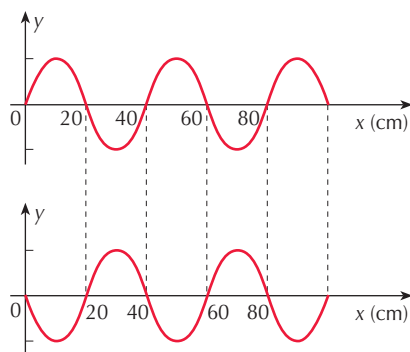
- Qual é a amplitude dessa onda?
- Qual é o seu comprimento de onda?
- Determine a velocidade da onda.
- Calcule a sua frequência.

- P. 442** (UFRJ) A figura representa a fotografia, em um determinado instante, de uma corda na qual se propaga um pulso assimétrico para a direita.



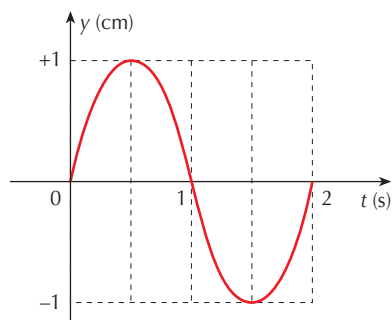
Seja  $t_A$  o intervalo de tempo necessário para que o ponto A da corda chegue ao topo do pulso; seja  $t_B$  o intervalo de tempo necessário para que o ponto B da corda retorne a sua posição horizontal de equilíbrio. Tendo em conta as distâncias indicadas na figura, calcule a razão  $\frac{t_A}{t_B}$ .

- P. 443** (Unesp) A figura reproduz duas fotografias instantâneas de uma onda que se deslocou para a direita numa corda.



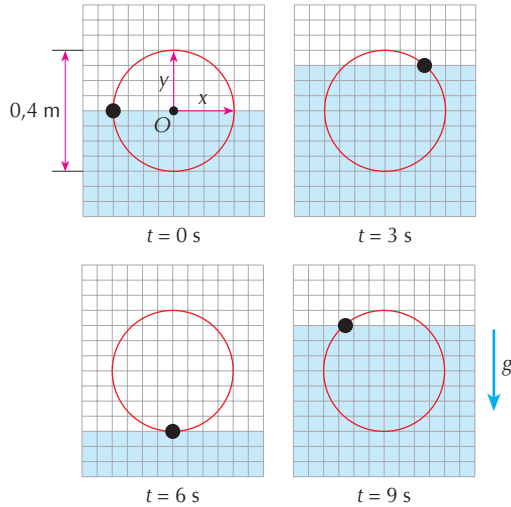
- Qual é o comprimento de onda dessa onda?
- Sabendo-se que, no intervalo de tempo entre as duas fotos,  $\frac{1}{10} \text{ s}$ , a onda se deslocou menos que um comprimento de onda, determine a velocidade de propagação e a frequência dessa onda.

- P. 444** (Fuvest-SP) O gráfico representa a coordenada vertical  $y$ , em função do tempo  $t$ , de uma rolha que se move verticalmente em um tanque onde são produzidas ondas com cristas sucessivas a uma distância de  $0,84 \text{ m}$ .



- Qual é a velocidade de propagação das ondas?
- Em que instantes a velocidade da rolha é nula?

**P. 445** (Fuvest-SP) Um sensor, montado em uma plataforma da Petrobras, com posição fixa em relação ao fundo do mar, registra as sucessivas posições de uma pequena bola que flutua sobre a superfície da água, à medida que uma onda do mar passa por essa bola continuamente. A bola descreve um movimento aproximadamente circular, no plano vertical, mantendo-se em torno da mesma posição média, tal como reproduzido na sequência de registros abaixo, nos tempos indicados. O intervalo entre registros é menor do que o período da onda. A velocidade de propagação dessa onda senoidal é de 1,5 m/s.



Para essas condições:

- determine o período  $T$ , em segundos, dessa onda do mar;
- determine o comprimento de onda  $\lambda$ , em  $m$ , dessa onda do mar;
- represente abaixo um esquema do perfil dessa onda, para o instante  $t = 14$  s, tal como visto da plataforma fixa. Indique os valores apropriados nos eixos horizontal e vertical.



**P. 446** (Fuvest-SP) Um vibrador produz, numa superfície líquida, ondas de comprimento 5,0 cm que se propagam à velocidade de 3,0 cm/s.

- Qual é a frequência das ondas?
- Caso o vibrador aumente apenas sua amplitude de vibração, o que ocorre com a velocidade de propagação, o comprimento de onda e a frequência das ondas?

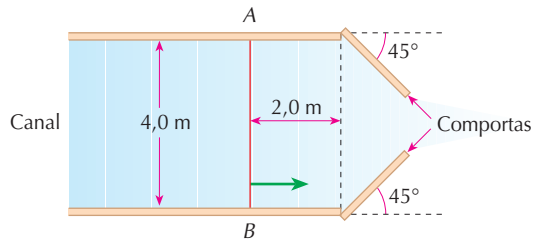
**P. 447** (Fuvest-SP) Num lago o vento produz ondas periódicas que se propagam com a velocidade de 2 m/s. O comprimento de onda é 10 m. Determine o período de oscilação de um barco:

- quando ancorado nesse lago;
- quando se movimenta em sentido contrário ao da propagação das ondas, com uma velocidade de 8 m/s.

**P. 448** (Mackenzie-SP) As ondas de um lago chegam de 10 em 10 s a um ponto da margem. Uma boia desloca-se em sentido contrário ao da propagação das ondas com uma velocidade de 30 cm/s em relação à margem, levando 5 s para ir de uma depressão a outra, transpondo 8 cristas. Determine o comprimento das ondas no lago.

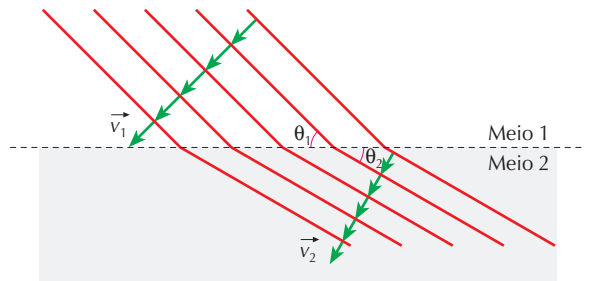
**P. 449** (UFPA) Uma pessoa observa gotas de água da chuva que caem do telhado de sua casa. As gotas caem praticamente na vertical sobre um pequeno lago formado por elas, de maneira que, quando uma toca a superfície do pequeno lago, a gota seguinte se desprende do telhado. A altura do telhado para a superfície da água é de 3,2 m e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Calcule o período (em s) e o comprimento de onda (em cm) das ondas formadas pela sucessão de pulsos que se propagam na superfície do lago, geradas pela queda das gotas. Considere a velocidade de propagação da onda na superfície da água igual a 15 cm/s.

**P. 450** (Fuvest-SP) Um canal de navegação de 4,0 m de largura tem suas comportas semiabertas, como está indicado na figura. Ondas retas propagam-se na superfície da água do canal com velocidade igual a 2,0 m/s. Considere uma crista AB, na posição indicada na figura, no instante  $t = 0$ .



Esboce a configuração dessa crista depois de decorrido 1,5 s, indicando a distância, em metros, entre seus extremos  $A'$  e  $B'$  nessa configuração (despreze efeitos de difração).

**P. 451** (UFC-CE) A figura mostra frentes de onda passando de um meio 1 para um meio 2. A velocidade da onda no meio 1 é  $v_1 = 200,0 \text{ m/s}$ , e a distância entre duas frentes de ondas consecutivas é de 4,0 cm no meio 1. Considere  $\sin \theta_1 = 0,8$  e  $\sin \theta_2 = 0,5$ .

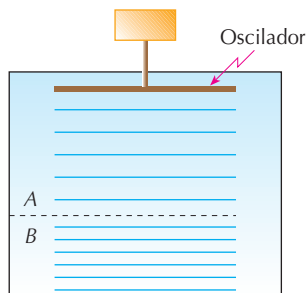


Determine:

- os valores das frequências  $f_1$ , no meio 1, e  $f_2$ , no meio 2;
- a velocidade da onda no meio 2;
- a distância  $d$  entre duas frentes de ondas consecutivas no meio 2.



**P. 452** (UFPEL-RS) Em uma cuba de ondas, o professor de Física, utilizando um oscilador de frequência  $f$ , produz ondas retas, como mostra a figura.



A estudante Angelita, participando da experiência, percebe que a distância entre duas cristas sucessivas das ondas no meio B é a metade da distância entre duas cristas no meio A.

Com base no enunciado, responda:

- A frequência das ondas que se propagam no meio B é maior, menor ou igual à frequência das ondas que se propagam em A? Justifique sua resposta.
- Qual é a velocidade das ondas que se propagam no meio B, se vale 340 m/s a velocidade de propagação das ondas no meio A?

**P. 453** (UFU-MG) A figura a seguir mostra uma corda esticada, tendo uma parte mais fina ligada a outra parte mais grossa, constituindo dois meios diferentes, (1) e (2). Fazendo-se oscilar a extremidade da corda fina, uma onda se propaga ao longo dela e, ao atingir a corda grossa, passa a se propagar também nesta, isto é, a onda é transmitida da corda fina para a

corda grossa. Supondo que na corda (1) a velocidade de propagação da onda é  $v_1 = 2,0$  m/s e que o comprimento de onda vale  $\lambda_1 = 40$  cm, responda:



- Qual é a frequência com que um ponto qualquer da corda (1) está oscilando?
- Se  $v_2 = 1,0$  m/s a velocidade de propagação da onda na corda (2), determine a distância entre duas cristas consecutivas nessa corda.

**P. 454** (UFMG) Um muro muito espesso separa duas pessoas em uma região plana, sem outros obstáculos, como mostra a figura. As pessoas não se veem, mas, apesar do muro, se ouvem claramente.

- Explique por que elas podem se ouvir.
- Explique por que elas não podem se ver.

