

Capítulo
18

Interferência de ondas

O fenômeno da interferência resulta da superposição de duas ou mais ondas.

▶ 18.1 Princípio da superposição

Quando duas ondas se encontram, ocorre a superposição. Após o encontro cada uma delas segue sua trajetória e mantém suas características originais.

▶ 18.2 Interferência em uma dimensão. Onda estacionária

Nas ondas estacionárias, tem-se a formação de ventres (interferência construtiva) e de nós (interferência destrutiva).

▶ 18.3 Interferência em duas dimensões

A interferência construtiva de ondas em duas dimensões define as linhas ventrais, e a interferência destrutiva, as linhas nodais.

▶ 18.4 Interferência de ondas luminosas

Foi por meio do fenômeno da interferência que se demonstrou o caráter ondulatório da luz.



A coloração das bolhas de sabão é explicada pela interferência entre os raios de luz refletidos nas faces superior e inferior das películas que constituem as bolhas. A variedade de cores visualizadas está relacionada com o fato de as películas não terem espessura uniforme.



O fenômeno da interferência também pode ser visto nas películas de óleo depositadas sobre a água e na superfície de um CD, onde minúsculas ranhuras formam uma rede de difração, obtendo como resultado um efeito semelhante ao do prisma, porém, mais nítido.

Princípio da superposição

Objetivos

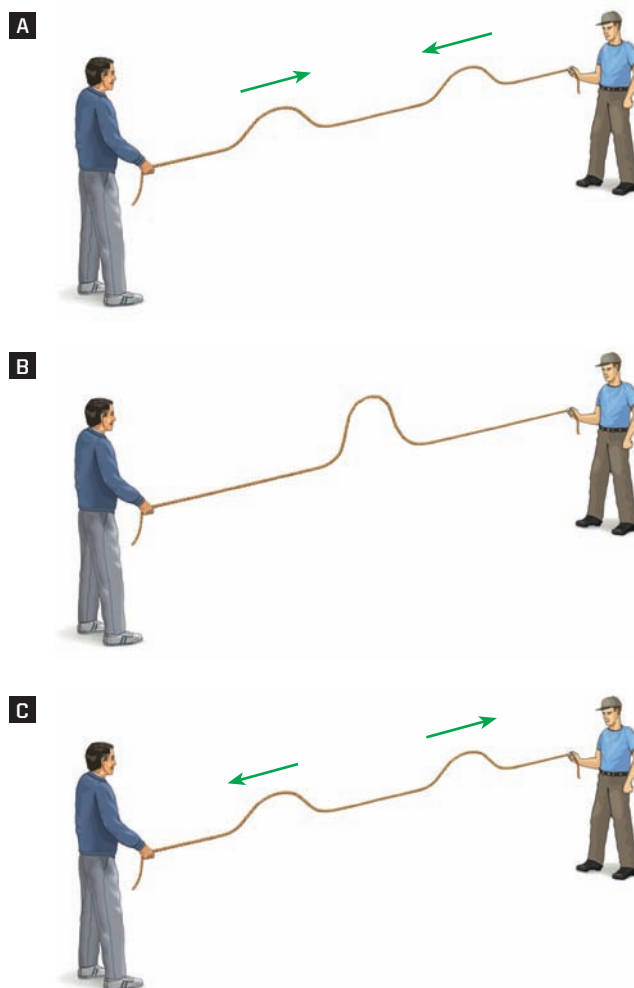
- ▶ Conhecer os fenômenos de independência e interferência das ondas.
- ▶ Compreender o princípio da superposição.

Termos e conceitos

- interferência construtiva
- interferência destrutiva

Considere duas pessoas segurando as extremidades de uma corda, mantendo-a esticada. Cada uma produz um pulso no seu lado da corda, como é indicado na **figura 1A**. Esses pulsos se propagam ao longo da corda em sentidos contrários e, num dado ponto, se encontram (**fig. 1B**). Nesse momento, tem início a **superposição** dos pulsos.

Enquanto se cruzam, as ondas atravessam uma a outra, sem se modificar. Após a superposição, as ondas continuam a ter a mesma forma e continuam a se propagar como antes (**fig. 1C**).



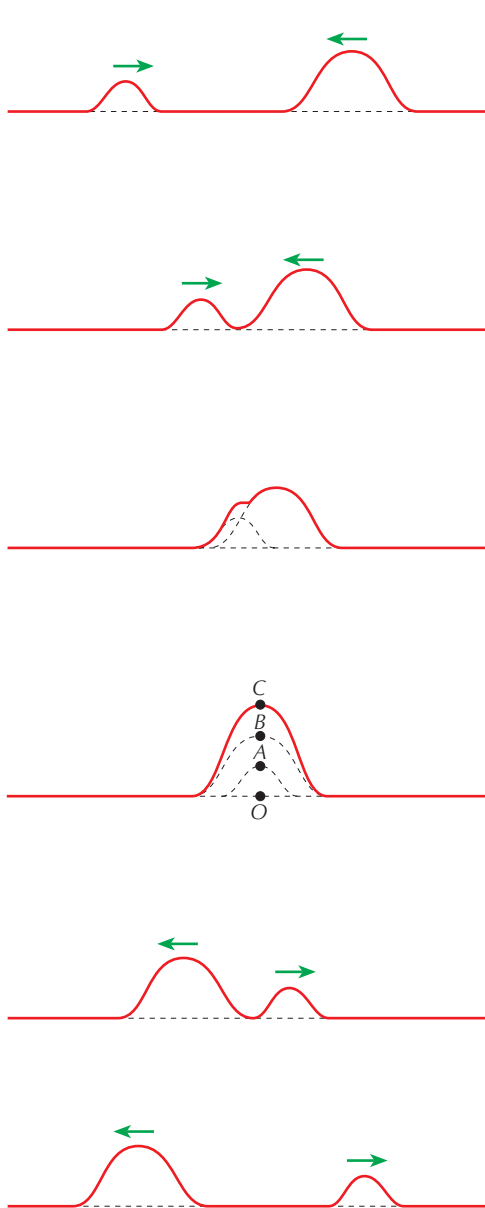
▶ **Figura 1.** (A) Duas pessoas segurando as extremidades de uma corda tensa produzem pulsos que se superpõem ao se cruzar (B). Após o cruzamento (C), os pulsos continuam a se propagar, cada qual com sua forma inicial.

Esse fenômeno de **independência das ondas** é comum a todos os tipos de onda. Contudo, durante o intervalo de tempo em que as duas ondas estão superpostas, cada ponto do meio de propagação (no caso, a corda) obedece ao **princípio da superposição**:

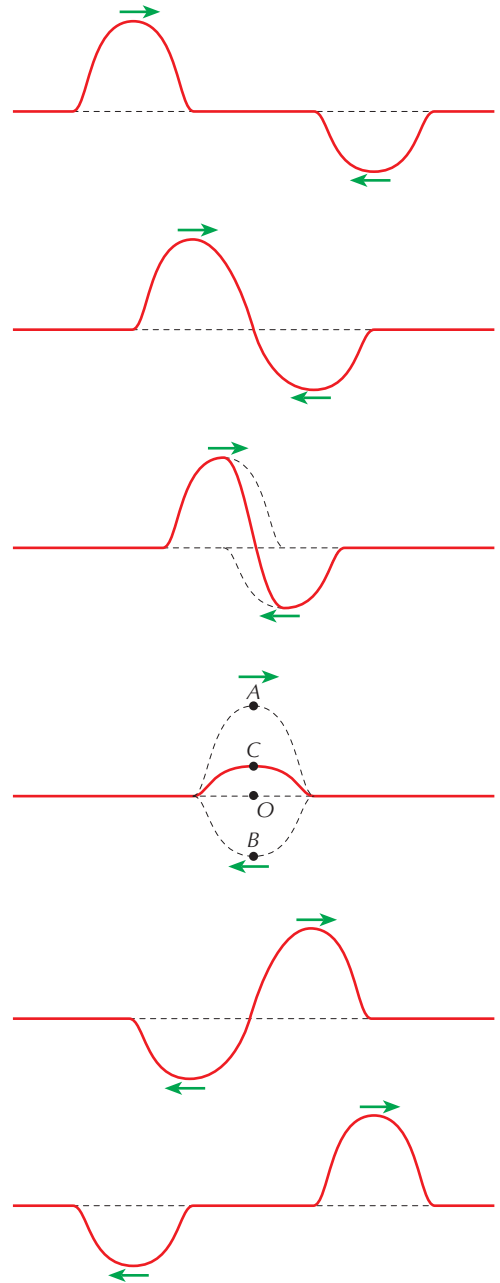
A perturbação resultante em cada ponto do meio, durante a superposição, é a adição das perturbações que seriam causadas pelas ondas separadamente.

Tendo em vista esse princípio, observe agora a **figura 2**. Sendo \overline{OA} o deslocamento vertical da corda causado pela onda que se propaga para a direita e \overline{OB} o deslocamento vertical da corda causado pela onda que se propaga para a esquerda, o deslocamento vertical total da corda será dado por $OC = OA + OB$. Essa adição é algébrica.

A **figura 3** mostra outro caso de superposição de ondas. As ondas se propagam na corda em sentidos opostos, porém com deslocamentos verticais invertidos. Ao ocorrer a superposição, seus efeitos se subtraem, pois na soma algébrica anterior um dos deslocamentos deve ser considerado negativo.



▲ **Figura 2.** Superposição de ondas com deslocamentos verticais não invertidos.



▲ **Figura 3.** Superposição de ondas com deslocamentos verticais invertidos.



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
 Animação: *Ondas - Superposição e interferência*

Entre na rede No endereço eletrônico <http://www2.biglobe.ne.jp/%7Enorimari/science/JavaEd/e-wave2.html> (acesso em agosto/2009) há uma simulação da superposição de dois pulsos, em uma situação análoga à da figura 2.



No caso particular mostrado na **figura 4**, os pulsos são invertidos, de mesma largura e com deslocamentos verticais iguais. No momento em que a superposição é total, ocorre a anulação dos efeitos que cada onda produziria individualmente sobre a corda (**fig. 4C**). Na **figura 5A**, representamos os pulsos imediatamente após a superposição total, destacando as velocidades de alguns pontos da corda devidas a cada pulso separadamente. Note que, no instante da superposição total, a corda não está deformada (energia potencial elástica nula). Entretanto, seus pontos possuem velocidade (**fig. 5B**) e, portanto, energia cinética. Esta se converte em energia potencial elástica, e assim se explica o ressurgimento dos pulsos.

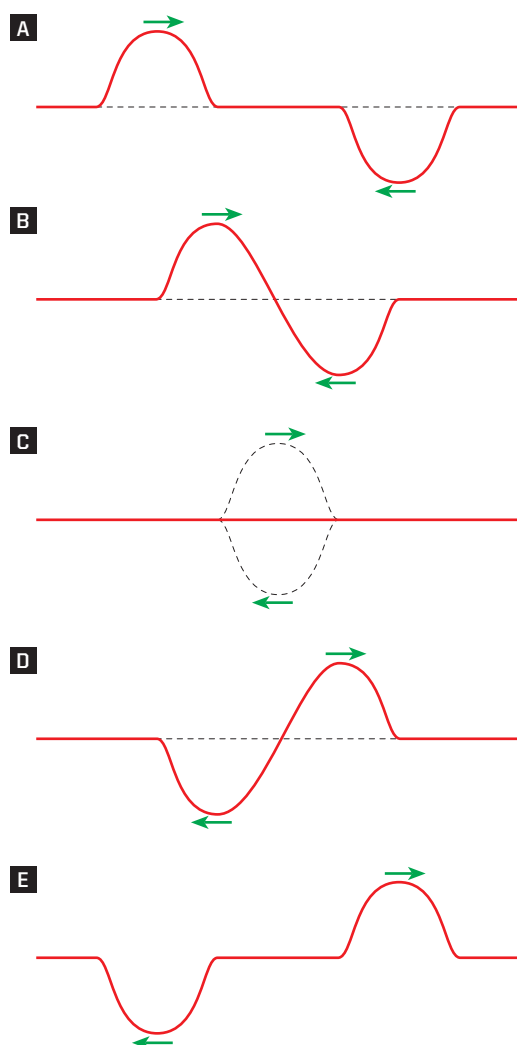


Figura 4.

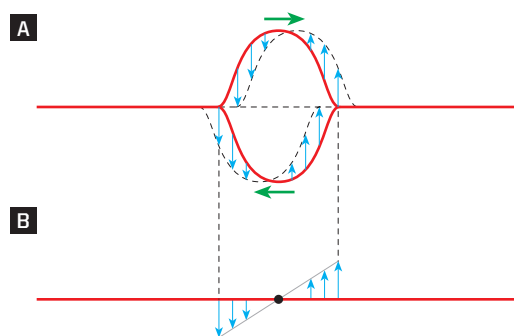


Figura 5. (A) Velocidades dos pontos da corda analisando cada pulso separadamente. (B) Velocidades dos pontos da corda no instante da superposição total.

Nos exemplos descritos, nos quais há superposição das ondas, dizemos que está ocorrendo o fenômeno da **interferência**. Assim, definimos:

Interferência é o fenômeno resultante da superposição de duas ou mais ondas.

No exemplo da **figura 2**, a interferência é denominada **construtiva**, e no caso da **figura 3**, **destrutiva**. No caso descrito na **figura 4**, a interferência destrutiva é **total**.

Entre na rede No endereço eletrônico <http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/portuguese/ondas/impulse/impulse.html> (acesso em agosto/2009) existe uma animação que mostra a superposição de dois pulsos. No mesmo site, em <http://www.phy.ntnu.edu.tw/oldjava/portuguese/ondas/superposicao/waveSuperposition.html> (acesso em agosto/2009), você pode mudar a frequência, a velocidade e o sentido de propagação de duas ondas e assim visualizar a independência das ondas e o princípio da superposição.

Interferência em uma dimensão. Onda estacionária

Objetivos

- ▶ Conceituar e caracterizar uma onda estacionária.
- ▶ Entender que numa onda estacionária não há transporte de energia, visto que os nós permanecem em repouso.
- ▶ Determinar as distâncias entre dois ventres ou nós consecutivos, e entre um ventre e um nó em uma onda estacionária.

Termos e conceitos

- frequência
- comprimento de onda
- amplitude
- ventre
- nó

Na **figura 6A** “isolamos” duas das ondas progressivas (que progredem ou que caminham) na corda: uma incidente e outra refletida. Elas possuem a **mesma frequência f** , o **mesmo comprimento de onda λ** e a **mesma amplitude a** , mas se propagam em sentidos opostos. Observe que, nessas ondas progressivas, qualquer ponto da corda, quando atingido pela perturbação, vibra, realizando MHS com a mesma amplitude a .

A superposição das ondas incidentes e refletidas na corda dá origem a uma figura de interferência denominada **onda estacionária** (**fig. 6B**).

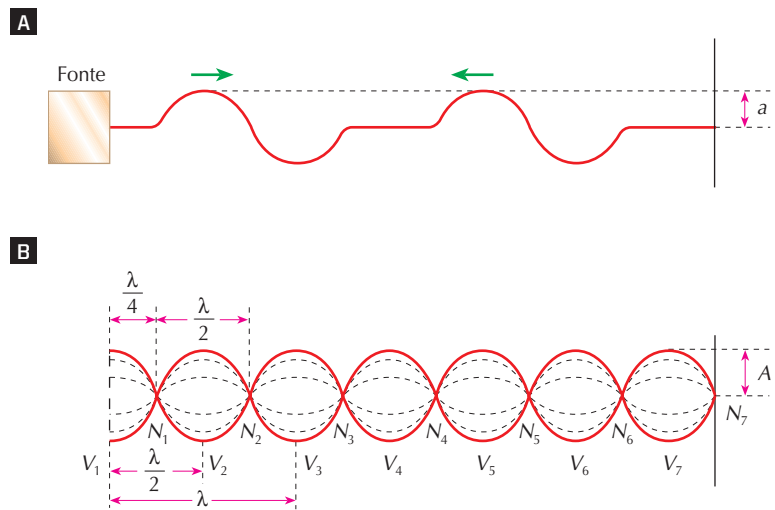
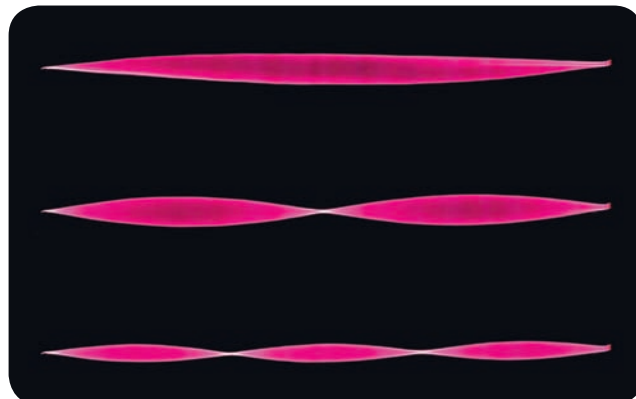


Figura 6. Onda estacionária numa corda com uma extremidade fixa.

A onda estacionária é caracterizada pelo fato de os pontos da corda realizarem MHS de várias amplitudes, conforme a posição do ponto considerado. Há pontos da corda que permanecem em repouso, isto é, têm amplitude nula e são denominados **nós** ou **nodos** (na **fig. 6B**: N_1, N_2, N_3, N_4 etc.). Outros pontos da corda vibram com amplitude máxima ($A = 2a$), sendo denominados **ventres** (na **fig. 6B**: V_1, V_2, V_3, V_4 etc.). Os pontos intermediários entre os nós e os ventres vibram realizando MHS de mesma frequência, mas de amplitudes menores que o valor máximo.



Ondas estacionárias estabelecidas numa corda de extremidades fixas.

Sendo assim, em qualquer dos sentidos, **não há transporte de energia** ao longo da corda, pois não pode existir passagem de energia pelos nós, que são pontos permanentemente em repouso. Portanto, a energia permanece “estacionária” na corda, embora, em cada ponto que executa MHS, esteja havendo transformação contínua de energia cinética em energia potencial elástica e vice-versa. O termo “onda” é mantido apenas por se tratar da superposição de duas ondas propagando-se em sentidos opostos.

A distância entre os ventres V_1 e V_3 na **figura 6** é igual ao comprimento de onda λ , isto é, a medida de $\overline{V_1V_3}$ equivale a λ . A distância entre os ventres consecutivos é igual à metade da distância entre V_1 e V_3 . Assim:

$$V_1V_2 = \frac{V_1V_3}{2} \Rightarrow V_1V_2 = \frac{\lambda}{2}$$

Como os nós são pontos médios entre os ventres consecutivos, podemos escrever:

$$N_1N_2 = V_1V_2 \Rightarrow N_1N_2 = \frac{\lambda}{2}$$

Assim, **a distância entre ventres consecutivos ou entre nós consecutivos, numa onda estacionária, é igual à metade do comprimento de onda.**

Na **figura 6B**, temos ainda: $V_1N_1 = N_1V_2 = V_2N_2$

Como $V_1N_1 + N_1V_2 = V_1V_2$, obtemos:

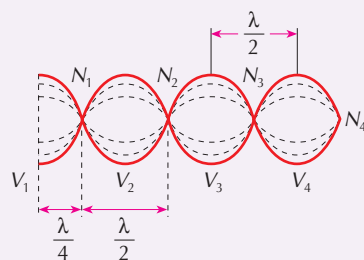
$$2 V_1N_1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow V_1N_1 = \frac{\lambda}{4}$$

Isto é, **a distância entre um ventre e um nó consecutivos, numa onda estacionária, é igual a um quarto do comprimento de onda.**

Assim, as conclusões fundamentais relativas a uma onda estacionária, numa dada direção, são:

- A distância entre ventres consecutivos ou entre nós consecutivos vale $\frac{\lambda}{2}$.

- A distância entre um ventre e um nó consecutivo vale $\frac{\lambda}{4}$.



Além da onda estacionária descrita, há outros modos de se conseguir esse tipo de interferência. Inclusive em ondas longitudinais é possível a obtenção de ondas estacionárias. É o caso que veremos no capítulo seguinte, ao analisarmos a vibração de colunas de ar em tubos abertos e fechados.

A interferência que determina a formação de um ventre é uma **interferência construtiva**.
A interferência que determina a formação de um nó é uma **interferência destrutiva**.



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
Atividade experimental: *Produzindo ondas estacionárias*
Animação: *Ondas - Ondas estacionárias e ressonância*



EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 127 A figura apresenta ondas estacionárias ao longo de uma corda cujas extremidades são fixas. Sendo $AB = 1,5 \text{ m}$ e 200 cm/s a velocidade de propagação das ondas parciais que originam as ondas estacionárias, determine:

- a distância entre ventres consecutivos e entre um ventre e um nó consecutivos;
- a frequência de vibração da corda.

Solução:

a) Observando a figura ao lado, podemos escrever:

$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = L \Rightarrow 3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 1,5 \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

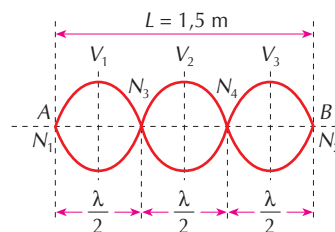
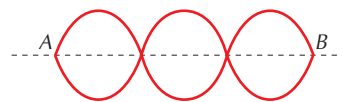
A distância entre ventres consecutivos é igual a: $\frac{\lambda}{2} = 0,5 \text{ m}$

A distância entre um ventre e um nó consecutivos é igual a: $\frac{\lambda}{4} = 0,25 \text{ m}$

b) Sendo $v = 200 \text{ cm/s}$ e $\lambda = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, temos:

$$v = \lambda f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{200}{100} \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$$

Respostas: a) $0,5 \text{ m}$ e $0,25 \text{ m}$; b) 2 Hz



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 455 Ao se estabelecerem ondas estacionárias numa corda de comprimento 2 m , formam-se três nós (além dos nós correspondentes às extremidades fixas). Sendo $0,5 \text{ m/s}$ a velocidade de propagação das ondas nessa corda, determine:

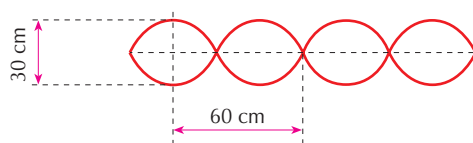
- a distância entre dois ventres consecutivos;
- a distância entre um ventre e um nó consecutivos;
- o comprimento de onda das ondas que se propagam na corda;
- a frequência das ondas que se propagam.

P. 456 Uma corda de comprimento L é posta a vibrar continuamente entre dois extremos fixos. Observam-se ao longo de todo seu comprimento quatro nós e três ventres. Calcule a relação entre o comprimento da corda e o comprimento de onda das ondas que originam a onda estacionária.

P. 457 A figura representa as ondas estacionárias formadas numa corda.

Determine:

- a amplitude das ondas parciais que originaram a onda estacionária;
- o comprimento de onda das ondas que se propagam na corda.



P. 458 Numa corda de 3 m de comprimento, formam-se ondas estacionárias, observando-se a formação de seis ventres e sete nós. As ondas parciais que se superpõem, originando as ondas estacionárias, propagam-se com velocidade de $1,2 \text{ m/s}$. Determine para as ondas parciais:

- o comprimento de onda;
- a frequência.

Entre na rede No endereço eletrônico <http://www.glenbrook.k12.il.us/gbssci/phys/mmedia/waves/swf.html> (acesso em agosto/2009) você encontra animações que mostram a formação de ondas estacionárias.

Interferência em duas dimensões

Objetivos

► Diferenciar ondas em concordância de fase das ondas em oposição de fase.

► Reconhecer interferências construtivas e destrutivas em duas dimensões.

► Determinar o comprimento de onda das ondas que se superpõem.

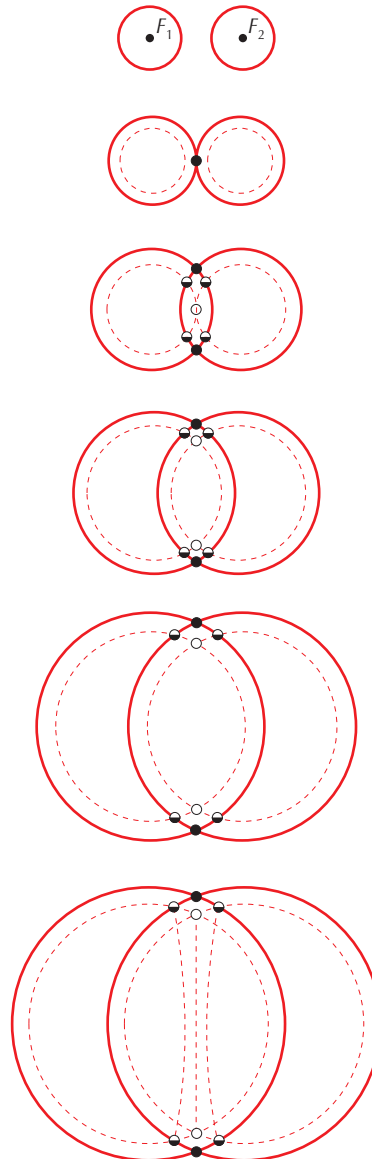
Termos e conceitos

- fontes coerentes
- linhas ventrais
- linhas nodais

Considere duas fontes F_1 e F_2 produzindo ondas numa superfície de água parada **com frequências e amplitudes iguais e em fase**.

Os esquemas da **figura 7** mostram apenas duas ondas propagando-se na superfície da água, produzidas simultaneamente pelas duas fontes pontuais F_1 e F_2 . A crista de cada uma delas é representada pela circunferência cheia, e o vale, pela circunferência tracejada. Observe que, à medida que as ondas se propagam, os pontos nos quais elas se superpõem também se movimentam. Na **figura 7** esses pontos de superposição são representados por pequenos círculos, de acordo com a seguinte convenção:

- **escurecidos:** todo ponto onde uma crista se superpõe a outra;
- **vazios:** todo ponto onde um vale se superpõe a outro;
- ◐ **meio escurecidos:** todo ponto onde uma crista se superpõe a um vale.



▲ **Figura 7.** Superposição de ondas na superfície da água.

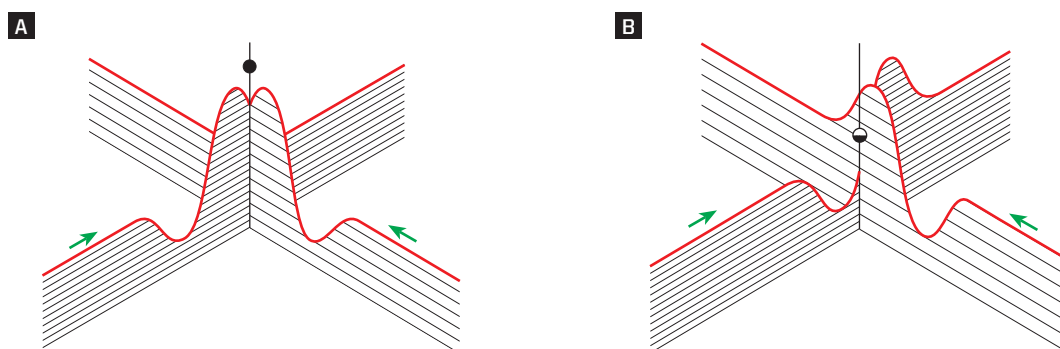


Pelo princípio da superposição, concluímos que: nos círculos escurecidos (●), a água está acima de seu nível; nos círculos vazios (○), está abaixo de seu nível; nos círculos meio escurecidos (◐), mantém-se no mesmo nível.

As linhas tracejadas no último esquema da **figura 7** são as trajetórias seguidas pelas regiões de superposição durante o intervalo de tempo que corresponde aos esquemas anteriores.

Os pontos marcados na **figura 7** com círculos ● ou ○ são os pontos atingidos pelas **ondas em fase**, isto é: em um dado instante, chegam a eles simultaneamente duas cristas ou dois vales, como indicado na **figura 8A**. As ondas se **reforçam** umas às outras, determinando um deslocamento maior para cima ou para baixo, e a interferência entre elas é uma **interferência construtiva**.

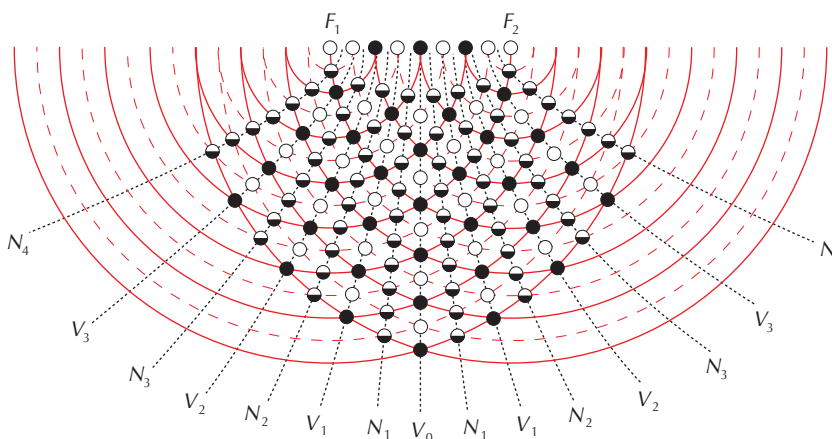
Os pontos marcados na **figura 7** com círculos ◐ são os pontos atingidos pelas **ondas em oposição de fase**, isto é, em um dado instante chegam a eles simultaneamente uma crista e um vale, como mostrado na **figura 8B**. As ondas não ocasionam modificação no nível da água e a interferência entre elas é uma **interferência destrutiva**.



▲ **Figura 8.** (A) Interferência construtiva; (B) interferência destrutiva.

Considere agora as fontes F_1 e F_2 originando ondas periódicas em fase na superfície da água, isto é, elas apresentam a mesma frequência e originam ondas iguais no mesmo instante. Essas fontes são denominadas **fontes coerentes**.

Na **figura 9** as circunferências cheias representam as cristas, e as circunferências tracejadas, os vales originados pelas ondas provenientes das fontes F_1 e F_2 . Os pontos onde ocorre interferência construtiva estão assinalados pela convenção ● (duas cristas) ou ○ (dois vales), e os pontos onde ocorre interferência destrutiva, por ◐ (uma crista e um vale). As linhas pontilhadas e designadas por V_0 , V_1 , V_2 e V_3 , denominadas **linhas ventrais**, são aquelas em que ocorre **reforço completo**, isto é, *interferência construtiva*. As linhas pontilhadas e indicadas por N_1 , N_2 , N_3 e N_4 , denominadas **linhas nodais**, são aquelas em que ocorre *interferência destrutiva*.



▲ **Figura 9.** Figura de interferência na qual se destacam interferência construtiva (● e ○), interferência destrutiva (◐), linhas ventrais (V_0 , V_1 , V_2 e V_3) e linhas nodais (N_1 , N_2 , N_3 e N_4).

A foto mostra uma **figura de interferência**, em que se evidencia o resultado da superposição dessas ondas.

As linhas radiais são as linhas nodais. Entre duas linhas nodais temos uma linha ventral, constituída de pequenas áreas claras e escuras correspondendo à superposição, respectivamente, de duas cristas e de dois vales.

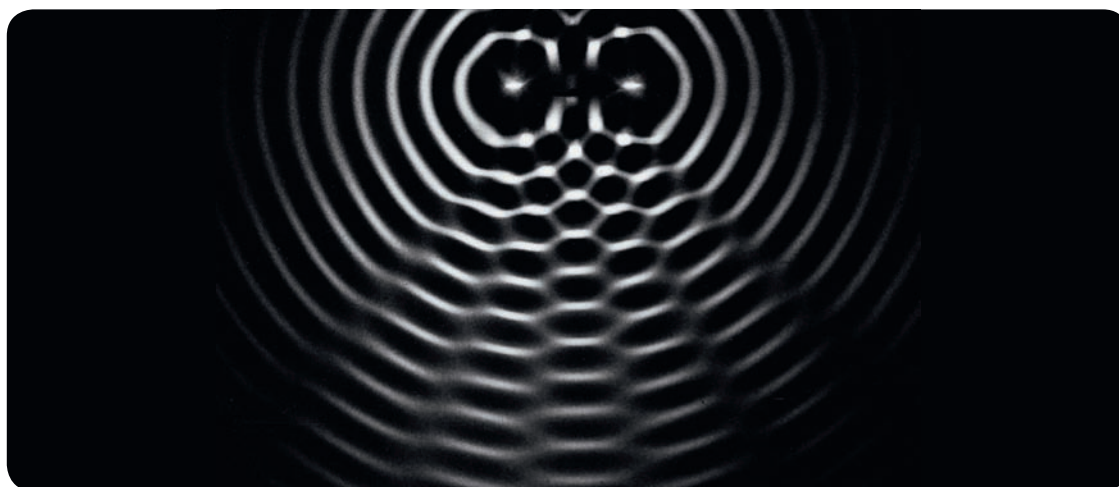


Figura de interferência.

Na figura 10 é destacada uma parte da figura 9. Em qualquer ponto P de uma linha ventral, as ondas provenientes das fontes devem chegar **em fase**. Isso ocorre se **a diferença dos caminhos percorridos pelas ondas** ($PF_2 - PF_1$) **for igual a um número par de meios comprimentos de onda**. Logo, numa interferência construtiva, temos:

$$PF_2 - PF_1 = p \frac{\lambda}{2} \quad (\text{sendo } p = 0, 2, 4, 6, \dots)$$

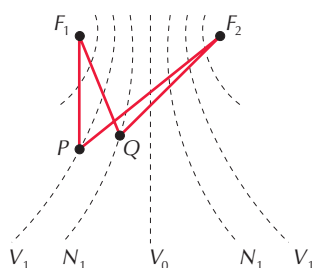


Figura 10. Determinação das condições para que um ponto pertença a uma linha ventral ou nodal.

Para $p = 0$, os pontos pertencem à linha ventral V_0 ; para $p = 2$, à linha ventral V_1 ; para $p = 4$, V_2 ; para $p = 6$, V_3 , e assim por diante.

Em qualquer ponto Q de uma linha nodal, as ondas provenientes das fontes devem chegar **em oposição de fase**. Isso ocorre se **a diferença dos caminhos percorridos pelas ondas** ($QF_2 - QF_1$) **for igual a um número ímpar de meios comprimentos de onda**. Logo, numa interferência destrutiva, temos:

$$QF_2 - QF_1 = i \frac{\lambda}{2} \quad (\text{sendo } i = 1, 3, 5, 7, \dots)$$

Para $i = 1$, os pontos pertencem à linha nodal N_1 ; para $i = 3$, os pontos pertencem à linha nodal N_2 ; para $i = 5$, N_3 ; para $i = 7$, N_4 , e assim por diante.

Vamos verificar essas propriedades considerando na **figura 11** apenas as cristas originadas pelas ondas provenientes das fontes F_1 e F_2 . Sabendo-se que a distância entre duas cristas sucessivas é igual a λ , concluímos que no ponto P , onde ocorre interferência construtiva (crista com crista), temos $PF_1 = 3\lambda$ e $PF_2 = 5\lambda$. Portanto:

$$PF_2 - PF_1 = 5\lambda - 3\lambda \Rightarrow PF_2 - PF_1 = 2\lambda \Rightarrow PF_2 - PF_1 = 4 \frac{\lambda}{2}$$

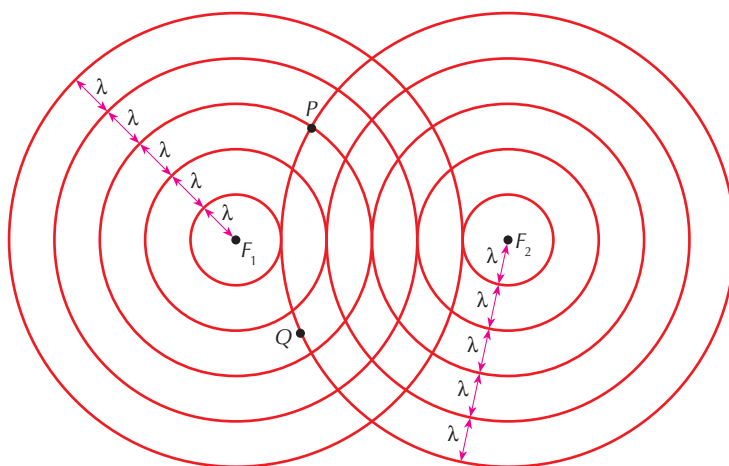
Assim, temos $p = 4$, ou seja, o ponto P pertence à terceira linha ventral (V_2).

O ponto Q está situado no meio das cristas provenientes da fonte F_1 e numa crista proveniente de F_2 . Temos em Q uma interferência destrutiva (vale com crista).

Sendo $QF_1 = \lambda + \lambda + \frac{\lambda}{2} = 5 \frac{\lambda}{2}$ e $QF_2 = 5\lambda$, vem:

$$QF_2 - QF_1 = 5\lambda - 5 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow QF_2 - QF_1 = 5 \frac{\lambda}{2}$$

Nesse caso, $i = 5$ e, portanto, o ponto Q pertence à terceira linha nodal (N_3).



▲ **Figura 11.** Em P ocorre interferência construtiva e em Q ocorre interferência destrutiva.

Observação

Nas considerações anteriores admitimos que as fontes estavam em concordância de fase. Se as fontes estivessem em **oposição de fase**, isto é, defasadas de meio período e, portanto, se uma das fontes produzisse uma crista de onda no mesmo instante em que a outra fonte produzisse um vale de onda, as condições de interferência construtiva e destrutiva seriam invertidas. Nesse caso, para a interferência construtiva temos:

$$PF_2 - PF_1 = i \frac{\lambda}{2} \quad (\text{sendo } i = 1, 3, 5, 7, \dots)$$

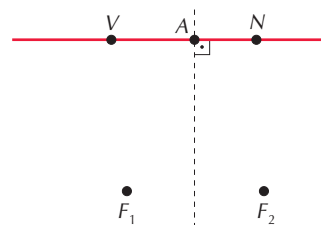
E para a interferência destrutiva:

$$QF_2 - QF_1 = p \frac{\lambda}{2} \quad (\text{sendo } p = 0, 2, 4, 6, \dots)$$

Entre na rede No endereço eletrônico http://www.walter-fendt.de/ph11br/interference_br.htm (acesso em agosto/2009), você pode simular a interferência de duas ondas circulares. No endereço eletrônico <http://www.glenbrook.k12.il.us/gbssci/phys/mmedia/waves/ipd.html> (acesso em agosto/2009), você encontra animações sobre interferência em duas dimensões.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 128 Duas fontes F_1 e F_2 oscilam em fase na superfície da água contida em um tanque, com frequência de 30 Hz. O ponto A é equidistante das fontes. Observa-se que o ponto mais próximo do ponto A, em que a superfície da água permanece em repouso, é o ponto N. Medindo-se $\overline{NF_1}$ e $\overline{NF_2}$, acha-se uma diferença de 0,50 cm entre esses dois caminhos.



- a) Determine a velocidade das ondas na superfície da água.
 b) Se V é o ponto mais próximo à esquerda do ponto A, que se movimentava com amplitude máxima (linha ventral), calcule a diferença de caminhos ($\overline{VF_2} - \overline{VF_1}$).

Solução:

- a) No ponto A, equidistante das fontes F_1 e F_2 , tem-se $\overline{AF_2} - \overline{AF_1} = 0 = 0 \cdot \frac{\lambda}{2}$ (com $p = 0$) e, portanto, ele pertence à linha ventral central que, nas figuras de interferência, foi representada por V_0 . Como o ponto N é o ponto mais próximo da linha ventral central, onde a superfície da água fica em repouso, ele pertence à primeira linha nodal ($i = 1$). Portanto: $\overline{NF_1} - \overline{NF_2} = i \frac{\lambda}{2}$

Sendo $\overline{NF_1} - \overline{NF_2} = 0,50$ cm, temos:

$$0,50 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ cm}$$

Portanto, a velocidade das ondas na superfície da água é dada por:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = 1 \cdot 30 \Rightarrow \boxed{v = 30 \text{ cm/s}}$$

- b) Como V pertence à primeira linha ventral à esquerda da linha ventral central, então $p = 2$. Portanto:

$$\overline{VF_2} - \overline{VF_1} = p \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \overline{VF_2} - \overline{VF_1} = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \overline{VF_2} - \overline{VF_1} = \lambda \Rightarrow \boxed{\overline{VF_2} - \overline{VF_1} = 1 \text{ cm}}$$

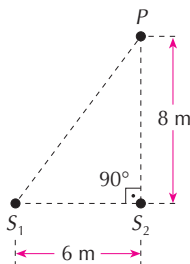
Respostas: a) 30 cm/s; b) 1 cm

Observação: a diferença dos caminhos percorridos pelas ondas, quando não é nula, é sempre positiva. Portanto, no momento de calculá-la, faz-se sempre o maior menos o menor.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 459 Numa figura de interferência obtida com duas fontes iguais e em fase, diz-se que uma certa linha é a quarta linha nodal. Calcule a diferença entre os caminhos percorridos pelas ondas provenientes de ambas as fontes até atingirem a referida linha. Dê a resposta em função do comprimento de onda λ das ondas emitidas pelas fontes.

P. 460 (UnB-DF) Duas fontes coerentes S_1 e S_2 , em fase, emitem sinais que são detectados no ponto P (veja a figura abaixo). Ache o maior valor do comprimento de onda das fontes para que o ponto P seja um ponto de máximo.



P. 461 (UnB-DF) Duas fontes puntiformes S_1 e S_2 , coerentes e em fase, emitindo ondas de comprimento de onda λ , distam entre si 2λ . Considere uma linha L, passando por S_1 , perpendicular à linha que une S_1 a S_2 . Calcule a distância do primeiro máximo de interferência sobre a linha L, medida a partir de S_1 .

Objetivos

- ▶ Conhecer a experiência de Young e compreender como ela pode ser usada para demonstrar o comportamento ondulatório da luz.
- ▶ Conhecer as interferências por luz refletida e por luz transmitida em lâminas delgadas.
- ▶ Conhecer a experiência que produz os anéis de Newton.
- ▶ Perceber o fenômeno da interferência no dia a dia.

Termos e conceitos

- franjas de interferência
- rede de difração

1 A experiência de Young

A interferência de ondas luminosas, pela qual se verificou que a luz é um fenômeno ondulatório, foi obtida por Young*, com um dispositivo semelhante ao da **figura 12**.

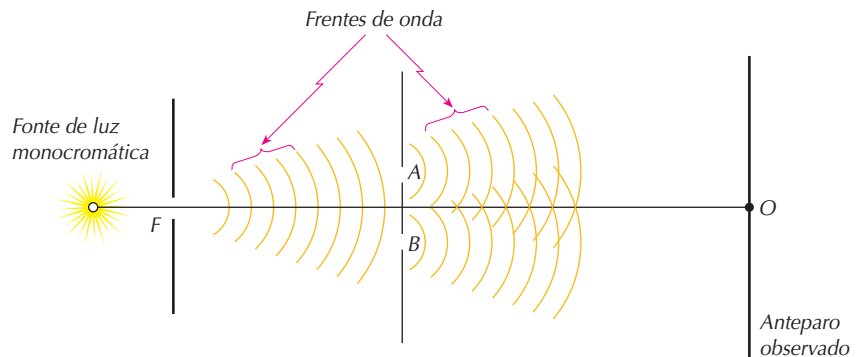


Figura 12. Dispositivo idealizado por Young para demonstrar a interferência de ondas luminosas.

Uma fonte de luz monocromática é colocada diante de uma tela opaca provida de uma fenda estreita F . Atrás dessa tela é colocada outra, também opaca e com duas fendas estreitas idênticas A e B . Essa disposição pode ser vista na **figura 12**, em corte, e na **figura 13**, em perspectiva.

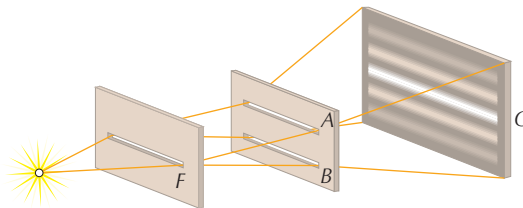


Figura 13. O anteparo que está sendo observado, na experiência de Young, apresenta franjas claras e escuras.

A luz proveniente de F passa tanto por A como por B e atinge o anteparo que está sendo observado. Se ela não tivesse natureza ondulatória, o anteparo deveria ficar completamente escuro, pois nenhum raio de luz poderia alcançá-lo a partir de F , segundo uma trajetória retilínea. De acordo com o princípio de Huygens, a luz sofre difração na fenda F e as ondas difratadas sofrem nova difração nas duas fendas A e B . As ondas luminosas provenientes das fendas A e B têm a mesma frequência e estão exatamente em fase, porque a fenda F é equidistante das fendas A e B .

Em vista da interferência dessas ondas, o anteparo não é iluminado por igual, mostrando regiões claras e escuras, alternadas (**fig. 13**), que constituem as **franjas de interferência**.



Conteúdo digital Moderna PLUS <http://www.modernaplus.com.br>
A História da Física: A evolução da Óptica e da Ondulatória

* **YOUNG**, Thomas (1773-1829), cientista inglês formado em Medicina, profissão que exerceu até 1799. Em 1801 tornou-se professor de Física da Royal Institution. É principalmente conhecido pelos seus trabalhos em Óptica e particularmente pela experiência em que demonstrou as propriedades ondulatórias da luz.



Laser incidindo sobre uma rede de difração, gerando franjas de interferência em um anteparo.

As **franjas claras** correspondem às regiões onde ocorre **interferência construtiva**, isto é, as ondas provenientes de A e B se reforçam. As **franjas escuras** correspondem às regiões onde ocorre **interferência destrutiva**, ou seja, as ondas provenientes de A e B se anulam.

Ondas luminosas provenientes de A e B , atingindo o anteparo segundo trajetórias:

- que são iguais ou diferem por um número par de meios comprimentos de onda

$\left(0, 2 \frac{\lambda}{2}, 4 \frac{\lambda}{2}, 6 \frac{\lambda}{2}, \dots\right)$ determinam **franjas claras**;

- que diferem por um número ímpar de meios comprimentos de onda

$\left(1 \frac{\lambda}{2}, 3 \frac{\lambda}{2}, 5 \frac{\lambda}{2}, \dots\right)$ determinam **franjas escuras**.

Existem regiões intermediárias no anteparo onde a interferência é apenas parcial, de modo que a intensidade da luz varia gradualmente entre as franjas.

A experiência de Young permite determinar o comprimento de onda da luz utilizada. Na **figura 14**, seja d a distância entre as fendas A e B , e L a distância entre o anteparo e as fendas. A distância da franja central O no anteparo ao ponto P , cuja iluminação está sendo observada, vale y . Traça-se \overline{AD} perpendicular a \overline{CP} e, como a distância d é muito menor que L , **praticamente** a distância \overline{AP} é igual à distância \overline{DP} . Desse modo, a distância $\overline{BD} = \Delta$ representa a diferença dos caminhos percorridos pelas ondas, que partem de A e de B , atingindo o ponto P . Já sabemos que uma franja clara ocorrerá no anteparo se:

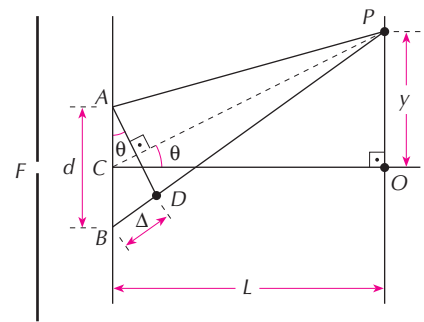


Figura 14. Determinação do comprimento de onda da luz utilizada na experiência de Young. C é o ponto médio entre as fendas A e B .

$$\Delta = p \frac{\lambda}{2} \quad (\text{sendo } p = 0, 2, 4, 6, \dots)$$

e uma franja escura, se:

$$\Delta = i \frac{\lambda}{2} \quad (\text{sendo } i = 1, 3, 5, 7, \dots)$$

No triângulo PCD , como y é pequeno comparado a L , o ângulo θ é muito pequeno, o que permite escrever:

$$\text{sen } \theta \approx \text{tg } \theta = \frac{y}{L} \quad \textcircled{1}$$

Admitindo que o triângulo ABD seja retângulo, podemos escrever:

$$\text{sen } \theta = \frac{\Delta}{d} \quad \textcircled{2}$$

Comparando as fórmulas $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$, obtemos:

$$\frac{y}{L} = \frac{\Delta}{d} \Rightarrow \Delta = \frac{dy}{L}$$

As distâncias d , y e L podem ser medidas com precisão e, combinando a fórmula com os valores de Δ que determinam franjas claras ou escuras, podemos calcular o comprimento de onda da luz utilizada na experiência.

Substituindo o anteparo da **figura 13** por uma chapa fotográfica, obtemos as franjas de interferência mostradas na **figura 15**. Note que, na chapa fotográfica, franjas claras correspondem a franjas escuras no anteparo e vice-versa.

Na **figura 15** representamos, ao lado da chapa fotográfica, o diagrama da variação da intensidade I da luz em função da distância y . Observe os valores de Δ para os diferentes pontos na tabela abaixo:

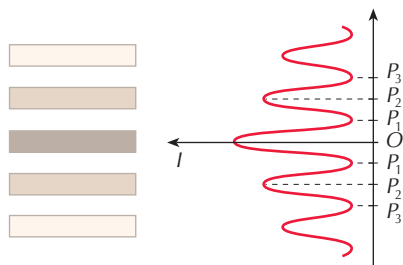


Figura 15. Franjas obtidas em uma chapa fotográfica colocada no lugar do anteparo e o diagrama da intensidade I da luz em função da distância y .

Ponto	Valor de Δ
O	zero
P_1	$\frac{\lambda}{2}$
P_2	$2 \frac{\lambda}{2}$
P_3	$3 \frac{\lambda}{2}$

2 Interferência em lâminas delgadas

Em lâminas delgadas é possível observar figuras de interferência luminosa. A interferência responsável por essas figuras ocorre pela superposição das ondas luminosas que atravessam a lâmina e das que sofrem reflexão nas faces da lâmina.

Na **figura 16**, representa-se a situação de **interferência por luz refletida**. Numa fina lâmina de vidro de espessura d , colocada no ar, incide uma luz monocromática. Seja λ o comprimento de onda da luz considerada no material que constitui a lâmina. Os raios luminosos 1 e 2 que se superpõem no ponto P são tais que: o raio 1 sofreu refração na primeira face da lâmina, foi refletido na face interna e novamente refratou-se; o raio 2 foi refletido na primeira face e sofreu inversão de fase, pois está se propagando do meio menos refringente (ar) para o meio mais refringente (vidro). Vamos considerar a incidência praticamente perpendicular. Nesse caso, a diferença de caminhos Δ das duas ondas que se superpõem (correspondentes aos raios 1 e 2) é o dobro da espessura d da lâmina, ou seja, $2d$. Como são ondas em **oposição de fase**, a interferência será destrutiva, se Δ for igual a um número par (p) de meios comprimentos de onda, ou construtiva, se Δ for igual a um número ímpar (i) de meios comprimentos de onda. Resumindo, temos:

- $\Delta = 2d = p \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ interferência destrutiva (face escura), sendo $p = 0, 2, 4, 6, \dots$
- $\Delta = 2d = i \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ interferência construtiva (face brilhante), sendo $i = 1, 3, 5, 7, \dots$

Considerando que a luz é monocromática, o observador verá a face da lâmina totalmente escura (interferência destrutiva) ou brilhante, na cor da luz utilizada (interferência construtiva).

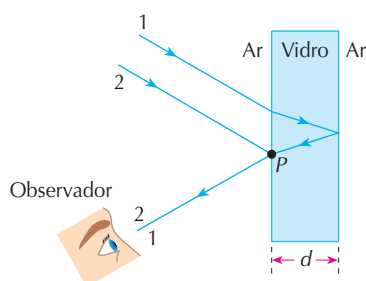


Figura 16. Interferência por luz refletida.

Na **figura 17** está representada a situação de **interferência por luz transmitida**. Na mesma lâmina de vidro de espessura d , colocada no ar, incide uma luz monocromática cujo comprimento de onda no vidro é λ . Vamos considerar agora os raios luminosos 3 e 4 que se superpõem no ponto Q da segunda face da lâmina. O raio 3 sofreu refração na primeira face, foi refletido na segunda face e, em seguida, na primeira face, mas em ambas as situações não sofreu inversão de fase, pois está se propagando do meio mais refringente (vidro) para o meio menos refringente (ar). Por fim, o raio 3 sofreu refração na segunda face e emergiu no ar. O raio 4 sofreu refração nas duas faces da lâmina e emergiu no ar, não havendo, pois, inversão de fase. Considerando a incidência praticamente perpendicular, a diferença de caminhos Δ das duas ondas que se superpõem (correspondentes aos raios 3 e 4) é o dobro da espessura d da lâmina, ou seja, $2d$. Como são ondas em **concordância de fase**, pois não há inversão em nenhum dos fenômenos ocorridos, a interferência será construtiva, se Δ for igual a um número par (p) de meios comprimentos de onda, ou destrutiva, se Δ for igual a um número ímpar (i) de meios comprimentos de onda. Resumindo, temos:

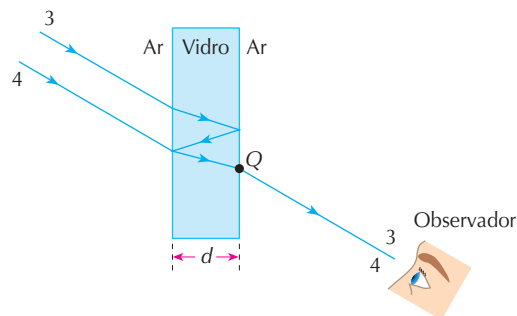


Figura 17. Interferência por luz transmitida.

- $\Delta = 2d = p \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ interferência construtiva (face escura), sendo $p = 0, 2, 4, 6, \dots$
- $\Delta = 2d = i \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ interferência destrutiva (face escura), sendo $i = 1, 3, 5, 7, \dots$

Portanto, na interferência por luz transmitida, o observador verá a face da lâmina totalmente escura (interferência destrutiva) ou brilhante, na cor da luz utilizada (interferência construtiva). Entretanto, a face que, na primeira situação (por luz refletida), se apresentava escura, agora (por luz transmitida) vai se apresentar brilhante.

Nas **figuras 16 e 17**, para melhor entendimento, houve um exagero na inclinação dos raios e na espessura da lâmina. Além disso só foram representados os raios que determinam diretamente o fenômeno.

Em ambos os tipos de interferência, se a luz utilizada for branca (policromática), a interferência será construtiva para alguns comprimentos de onda e destrutiva para outros, determinando uma série de faixas coloridas.

Nas situações descritas, a lâmina foi suposta de espessura constante, razão pela qual cada face se apresenta uniformemente brilhante ou uniformemente escura. Se a espessura da lâmina não for constante, as condições de interferência vão se modificando de ponto para ponto, originando, para o observador, uma alternância de faixas brilhantes e escuras, conforme a interferência seja construtiva ou destrutiva, respectivamente.

3 Os anéis de Newton

Newton obteve experimentalmente uma figura de interferência numa lâmina de ar de espessura variável que se tornou conhecida como **anéis de Newton**. Para realizar essa experiência, coloca-se uma lente esférica plano-convexa de vidro com pequena curvatura apoiada sobre uma lâmina de faces paralelas também de vidro. O raio da face curva da lente deve ser da ordem de alguns metros. Faz-se então incidir um feixe paralelo de luz monocromática perpendicularmente à face plana da lente (**fig. 18**).

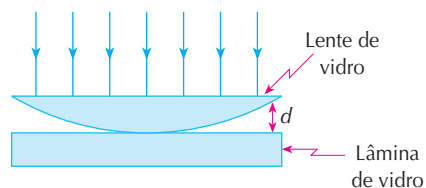


Figura 18. Interferência numa lâmina de ar de espessura variável d .

A lâmina de ar de espessura variável é a que se estabelece entre a face curva da lente e a face plana da lâmina de vidro. Ocorre interferência entre os raios refletidos e refratados nas superfícies de separação entre a face curva da lente e a face plana da lâmina de vidro. Como a lâmina tem espessura variável, a superfície observada não se apresenta uniformemente clara ou escura. Para pontos equidistantes do centro, ocorre o mesmo tipo de interferência, construtiva ou destrutiva, de maneira a formarem-se anéis concêntricos, alternadamente brilhantes (da cor da luz utilizada) e escuros. Se um anel for brilhante quando visto por luz refletida, isto é, com o observador posicionado acima da lente (**fig. 19**), ele será escuro quando visto por luz transmitida, isto é, com o observador posicionado abaixo da lâmina de vidro (**fig. 20**). A região central é sempre escura por luz refletida e sempre brilhante por luz transmitida, qualquer que seja o comprimento de onda da luz utilizada.



Figura 19. Anéis de Newton observados por luz refletida.

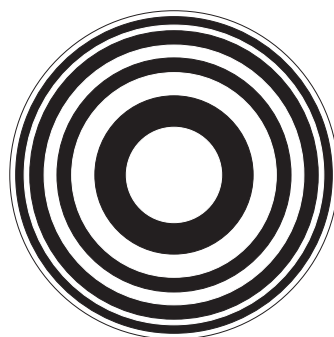
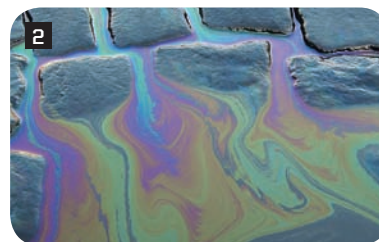
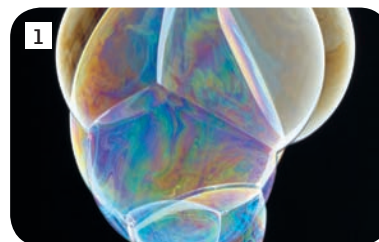


Figura 20. Anéis de Newton observados por luz transmitida.

O fenômeno da interferência da luz no dia a dia

A interferência da luz explica as diversas colorações observadas nas bolhas de sabão (**foto 1**) e nas películas de óleo depositadas sobre a água (**foto 2**). A interferência entre os raios de luz refletidos nas faces superior e inferior da bolha ou da película produzem as colorações. Uma mesma bolha ou uma mesma película apresentam diversas cores devido à variação da espessura de suas paredes.

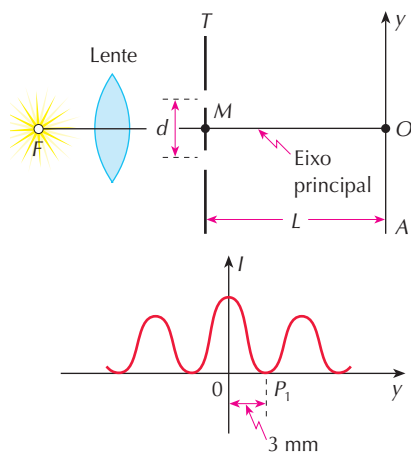
As cores que se observam na superfície de um disco compacto, que conhecemos por CD (**foto 3**), têm uma explicação um pouco mais complexa. A superfície do CD constitui uma **rede de difração**, consistindo em um conjunto de finíssimas ranhuras (linhas) de informação. Em cada milímetro de sua extensão podem caber de 500 a 1.000 dessas ranhuras. Tendo dimensões comparáveis às do comprimento de onda da luz, essas linhas agem como rede de difração para a reflexão das ondas luminosas que incidem na superfície do disco. Como o desvio da onda difratada depende do comprimento de onda, inicialmente as várias cores do feixe de luz incidente se “espalham” em diferentes direções. Em seguida, cores iguais (comprimentos de onda iguais) do feixe refletido, em determinadas direções, sofrem interferência construtiva e se reforçam, e, em outras direções, sofrem interferência destrutiva, anulando-se. O resultado final é semelhante ao obtido com o prisma, isto é, a decomposição do feixe de luz policromática em seus componentes monocromáticos, porém dessa vez com uma separação mais nítida e mais uniforme, em virtude da ocorrência da interferência entre os feixes refletidos de diversas cores.



Entre na rede No endereço eletrônico <http://br.geocities.com/saladefisica3/laboratorio/aneisnewton/aneisnewton.htm> (acesso em agosto/2009) você pode visualizar as franjas de interferência. Mudando o comprimento de onda da radiação incidente muda a coloração das franjas. É possível também mudar o raio de curvatura da superfície esférica.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 129 Uma fonte luminosa, colocada no foco principal objeto F de uma lente convergente, emite uma radiação monocromática. Após atravessar a lente, a luz proveniente da fonte incide numa tela opaca T , perpendicular ao eixo principal da lente. Nessa tela existem duas fendas paralelas muito estreitas, separadas por uma distância $d = 1$ mm, ambas à mesma distância do ponto M de interseção da tela T com o eixo principal da lente. Sobre o anteparo A (paralelo a T e à distância $L = 10$ m desta) observa-se a distribuição de intensidade luminosa I , conforme o gráfico da figura abaixo, sendo y a distância vertical contada a partir do ponto O .



Determine a frequência da radiação incidente, sabendo que a velocidade da luz no meio em que é feita a experiência é $3 \cdot 10^{10}$ cm/s.

Solução:

O ponto P_1 do gráfico: $y = 3$ mm = $3 \cdot 10^{-3}$ m corresponde à primeira interferência destrutiva da luz ($i = 1$), em que:

$$\Delta = i \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta = \frac{\lambda}{2}$$

Como $\Delta = \frac{dy}{L}$, com $d = 1$ mm = 10^{-3} m e $L = 10$ m, vem:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{10} \Rightarrow \lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m} \Rightarrow \Rightarrow \lambda = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

Sendo $v = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s e $v = \lambda f$, obtemos:

$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{3 \cdot 10^{10}}{6 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow f = 0,5 \cdot 10^{15} \Rightarrow \Rightarrow f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Resposta: $5 \cdot 10^{14}$ Hz

R. 130 Numa película transparente de índice de refração 1,5 incide luz monocromática de comprimento de onda $6,0 \cdot 10^{-7}$ m no ar, cujo índice de refração é 1,0. Verifica-se que essa película se apresenta escura, quando observada por luz refletida, e brilhante, quando observada por luz transmitida. Determine a mínima espessura que essa película deve ter para que tal situação aconteça.

Solução:

No ar, de índice de refração $n_{\text{ar}} = 1,0$, a luz tem comprimento de onda $\lambda_{\text{ar}} = 6,0 \cdot 10^{-7}$ m. O comprimento de onda λ da luz do material da película ($n = 1,5$) pode ser calculado pela fórmula:

$$n \cdot \lambda = n_{\text{ar}} \cdot \lambda_{\text{ar}} \Rightarrow 1,5 \cdot \lambda = 1,0 \cdot 6,0 \cdot 10^{-7} \Rightarrow \Rightarrow \lambda = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

A película se apresenta brilhante (interferência construtiva) por luz transmitida. Então, devemos ter:

$$\Delta = 2d = p \frac{\lambda}{2}$$

Como se pede a mínima espessura, devemos ter $p = 2$. Não faz sentido usar o valor $p = 0$, porque a diferença de caminhos Δ das ondas que interferem não pode ser nula. Substituindo os valores de p e λ na fórmula da condição de interferência, temos:

$$2d = 2 \cdot \frac{4,0 \cdot 10^{-7}}{2} \Rightarrow d = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Observe que, se usássemos a condição de interferência para a luz refletida, o resultado seria idêntico (face escura \Rightarrow interferência destrutiva $\Rightarrow p = 2$).

Resposta: $2,0 \cdot 10^{-7}$ m

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

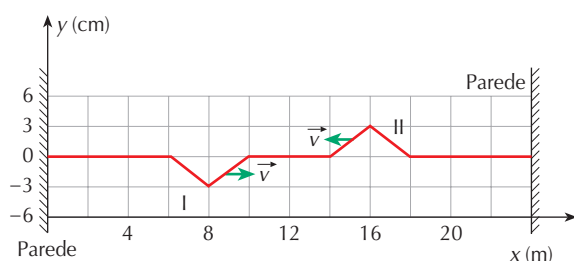
P. 462 Num arranjo da experiência de Young para se obterem franjas de interferência, a distância entre as fendas é $d = 0,001$ m, a distância das fendas ao anteparo é $L = 0,50$ m e o comprimento de onda emitida pelas fontes é $\lambda_0 = 4.600$ Å. Determine a distância entre a faixa central e a primeira faixa clara (dado: $1 \text{ Å} = 10^{-10}$ m).

P. 463 Determine a menor espessura que deve ter uma lâmina (índice de refração 1,4) no ar (índice de refração 1,0) para que se apresente brilhante por luz refletida e escura por luz transmitida. Considere que a luz monocromática utilizada tem comprimento de onda de 8.400 Å no ar (dado: $1 \text{ Å} = 10^{-10}$ m).



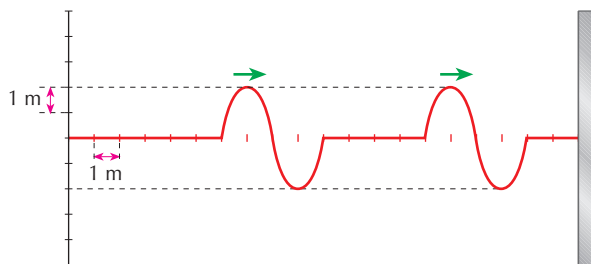
EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 464 (Fuvest-SP) A figura representa, no instante $t = 0$ s, a forma de uma corda esticada e presa entre duas paredes fixas, na qual dois pulsos (I e II) se propagam, sem mudar de forma, com velocidade de módulo $v = 4$ m/s nos sentidos indicados. Não há dissipação de energia na corda. Considere quatro pontos da corda definidos por suas coordenadas x : A ($x_A = 7$ m), B ($x_B = 9$ m), C ($x_C = 11$ m) e D ($x_D = 13$ m).



- Indique na figura dada, por meio de setas (\uparrow ou \downarrow), os sentidos das velocidades na direção do eixo y , dos pontos A e B, no instante $t = 0$ s. Se alguma dessas velocidades for nula, escreva “nula”, identificando-a.
- Determine o valor do módulo da velocidade na direção do eixo y , do ponto A, no instante $t = 0$ s.
- Desenhe a forma da corda no instante $t = 1$ s. Indique, por meio de setas, os sentidos das velocidades na direção do eixo y , dos pontos C e D. Se alguma dessas velocidades for nula, escreva “nula”, identificando-a.

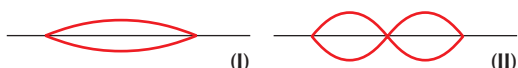
P. 465 (UFG-GO) Considere duas ondas que se propagam numa corda homogênea, segundo o esquema abaixo.



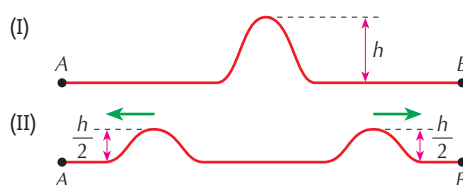
As ondas se movem no sentido indicado, a uma velocidade 2 m/s.

- Qual é a amplitude, o comprimento de onda e a frequência dessas ondas?
- Faça o desenho da corda após 4 segundos do instante representado no esquema. Qual é a amplitude da onda resultante?

P. 466 (UFRGS-RS) A figura abaixo representa duas ondas estacionárias, formadas em duas cordas idênticas, submetidas à mesma força de tração. Calcule a razão entre as frequências das ondas em I e em II.

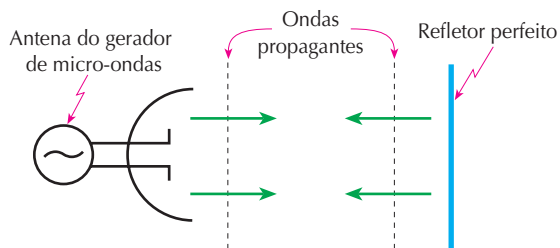


P. 467 (UFRJ) Uma corda de comprimento L está horizontalmente esticada e presa nas extremidades A e B. Uma pequena deformação transversal é feita no centro da corda e esta é abandonada a partir do repouso (figura I). A deformação inicial divide-se então em dois pulsos de forma idêntica, que viajam em sentidos opostos, como ilustra a figura II. A velocidade de propagação dos pulsos transversais na corda é v .



Calcule o tempo mínimo decorrido até o instante em que os dois pulsos se superpõem, reproduzindo a deformação inicial.

P. 468 (UFPE) Um gerador de micro-ondas emite ondas planas que se propagam no vácuo, para a direita, sendo 100% refletidas de volta para o gerador, como mostrado na figura a seguir. Essas ondas interferem, formando um padrão de onda estacionária. Se as posições de mínimos sucessivos estão separadas por 5 cm, qual é a frequência da micro-onda, em unidades de 10^9 Hz? Considere que as ondas se propagam com a velocidade de $3 \cdot 10^8$ m/s.

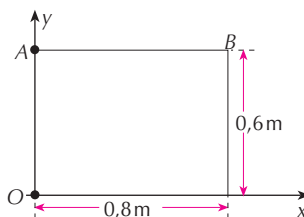


P. 469 (UFRJ) Duas fontes F_1 e F_2 , em fase, produzem ondas periódicas de comprimento de onda λ . A distância entre as fontes vale 5λ . Alinhado com as fontes, temos o ponto P, no qual as ondas têm a mesma amplitude A.

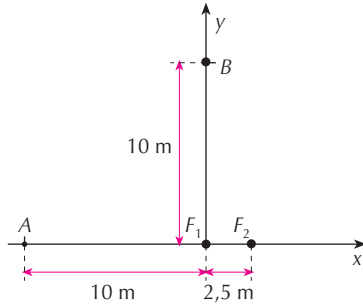


Calcule a amplitude da onda resultante no ponto P.

P. 470 (FEI-SP) Numa cuba de ondas criam-se ondas de superfície com duas fontes puntiformes síncronas sediadas nos pontos O e A. Para que valores de comprimento de onda λ haverá máximo de interferência no ponto B?



- P. 471** (Fuvest-SP) Duas fontes sonoras F_1 e F_2 estão inicialmente separadas de 2,5 m. Dois observadores A e B estão distantes 10 m da fonte F_1 , sendo que o observador A está no eixo x, e o observador B, no eixo y, conforme indica a figura abaixo.

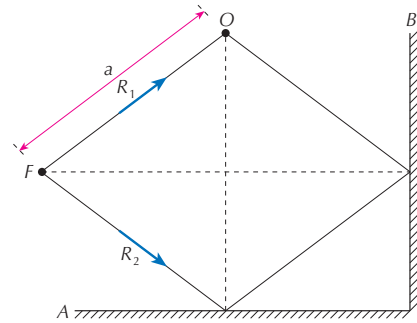


As duas fontes estão em fase e emitem som numa frequência fixa $f = 170$ Hz. Num dado instante a fonte F_2 começa a se deslocar lentamente ao longo do eixo x, afastando-se da fonte F_1 . Com esse deslocamento, os dois observadores detectam uma variação periódica na intensidade do som resultante das duas fontes, passando por máximos e mínimos consecutivos de intensidade. Sabe-se que a velocidade do som é 340 m/s nas condições do experimento. Levando em conta a posição inicial das fontes, determine:

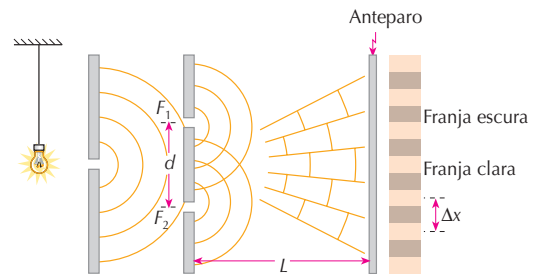
- a separação L_A entre as fontes para a qual o observador A detecta o primeiro mínimo de intensidade;
- a separação L_B entre as fontes para a qual o observador B detecta o primeiro máximo de intensidade.

- P. 472** (ITA-SP) Uma fina película de fluoreto de magnésio recobre o espelho retrovisor de um carro a fim de reduzir a reflexão luminosa. Determine a menor espessura da película para que produza a reflexão mínima no centro do espectro visível. Considere o comprimento de onda da luz no ar $\lambda = 5.500 \text{ \AA}$; o índice de refração do ar $n_{\text{ar}} = 1,00$; o do vidro $n_v = 1,50$; e o da película, $n_p = 1,30$. Admita a incidência luminosa como quase perpendicular ao espelho.

- P. 473** A e B representam, na figura, dois espelhos planos, e F é uma fonte luminosa que emite luz de comprimento de onda λ . Determine o maior valor de λ que possibilita uma interferência construtiva dos raios luminosos R_1 e R_2 no ponto O.



- P. 474** (Ufop-MG) A figura mostra o esquema da montagem com a qual Thomas Young obteve um padrão de interferência com a luz.



A fonte de luz é monocromática, a separação entre as fendas F_1 e F_2 é $d = 0,10$ mm e as franjas de interferência são observadas em um anteparo situado a uma distância $L = 50$ cm das fendas. A separação entre duas franjas claras consecutivas é $\Delta x = 2$ mm. Dado: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

- Calcule o comprimento de onda da luz monocromática utilizada na experiência.
- Determine a frequência dessa luz monocromática.
- Descreva o comportamento das franjas, quando o tamanho das fendas F_1 e F_2 varia, isto é, aumenta ou diminui.