CAPÍTULO 6

Matemática Financeira

Introdução

Considere os seguintes problemas:

- Se um consumidor atrasa o pagamento de uma conta telefônica em 5 dias, que valor ele deverá pagar, considerando a multa e a incidência de juros devido ao atraso?
- Se um trabalhador reservar, mensalmente, uma pequena parcela de seu salário para aplicar em uma caderneta de poupança, é possível estimar o valor dessa reserva financeira depois de um ano?
- Se um poupador deposita certa quantia na caderneta de poupança, como é corrigido, mês a mês, o saldo dessa poupança? É possível saber por quanto tempo o poupador deve manter o seu dinheiro nessa poupança a fim de resgatar o dobro da quantia aplicada?
- Se um consumidor optar por comprar uma geladeira em duas parcelas fixas (uma no ato e a outra em 30 dias) de R$ 600,00 cada uma, quanto por cento pagará de juros, considerando que o preço à vista do aparelho é de R$ 1100,00?

WESLEY SANTOS/FUTURA PRESS

- Se, em um financiamento, um automóvel é vendido em 12 parcelas iguais e mensais (sendo a primeira um mês após a compra) de R$ 4 000,00 e a taxa de juros do financiamento é de 1,8% ao mês, qual seria o valor à vista desse automóvel?

Essas e outras questões são estudadas pela Matemática Financeira, que aborda as diferentes modalidades de juros (simples e compostos), os financiamentos, os mecanismos de correção de valores em investimentos financeiros etc. Neste estudo, é importante retomar alguns conteúdos vistos em anos anteriores, entre eles a porcentagem.

No volume 1 desta coleção resolvemos alguns problemas envolvendo porcentagens.

As porcentagens também podem ser expressas na forma de fração centesimal (fração cujo denominador é igual a 100) ou na forma decimal (divindo-se o numerador pelo denominador na fração).

Observe as diferentes representações:

- $35\% = \frac{35}{100} = 0{,}35$
- $8\% = \frac{8}{100} = 0{,}08$
- $13{,}6\% = \frac{13{,}6}{100} = 0{,}136$
- $120\% = \frac{120}{100} = 1{,}20$


THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Para se obter, por exemplo, 32% de R$ 800,00, podemos calcular:

$$0{,}32 \cdot 800 = 256, \text{ ou seja, R\$ } 256{,}00$$

Com uma calculadora simples, basta pressionar as seguintes teclas:

8 0 0 → x → 3 2 → % → = → 256

Outra possibilidade é usar o cálculo mental. Como 10% de 800 é igual a 80 (lembre que 10% de um certo valor corresponde à décima parte desse valor), temos que 1% de 800 é igual a 8; logo, podemos fazer $32 \cdot 8 = 256$, para obter o valor procurado.

Aumentos e descontos

Certa loja vende uma máquina de lavar roupas por R$ 900,00. Se a loja promover um aumento de 6% em seus preços, quanto a máquina passará a custar?


MARCIO FEERNANDES/AE

A compra à vista pode ser vantajosa quando é oferecido um desconto em seu preço.

- O aumento será 6% de 900 reais: $0{,}06 \cdot (900 \text{ reais}) = 54$ reais.
- O novo preço da máquina será: 900 reais + 54 reais = 954 reais.

Poderíamos simplesmente efetuar:

$$900 + 0{,}06 \cdot 900 = 900 \cdot (1 + 0{,}06) = 1{,}06 \cdot 900 = 954$$

Observe que o preço inicial da máquina foi multiplicado por 1,06.

Dispondo de uma calculadora simples, é muito rápido obter o resultado acima. Basta pressionar:

9 0 0 → + → 6 → % → = → 954

Seguindo o mesmo raciocínio, podemos concluir que:

- se o aumento fosse de 30%, multiplicaríamos o preço original por 1,30;
- se o aumento fosse de 16%, multiplicaríamos o preço original por 1,16;

⋮ ⋮ ⋮

- se o aumento fosse de i%, multiplicaríamos o preço original por:

$$1 + \frac{i}{100}$$

PENSE NISTO:

Se o aumento fosse de 250%, por qual número multiplicaríamos o preço original para saber seu novo valor?

Se, por outro lado, em uma liquidação, fosse anunciado um desconto de 20% no preço da máquina de lavar, quanto ela passaria a custar?

- O desconto seria 20% de 900 reais: $0{,}2 \cdot (900 \text{ reais}) = 180$ reais.
- O novo preço da máquina seria: 900 reais − 180 reais = 720 reais.

Poderíamos efetuar diretamente:

$$900 - 0{,}2 \cdot 900 = 900 \cdot (1 - 0{,}2) = 0{,}8 \cdot 900 = 720$$

Note que o preço original foi multiplicado por 0,8.

Isso significa que, nessa liquidação, pagaremos 80% do valor original da máquina.

Para fazermos os cálculos acima com uma calculadora simples, basta pressionar:

9 0 0 → – → 2 0 → % → = → 720

Seguindo o mesmo raciocínio, podemos concluir que:

- se o desconto fosse de 8%, multiplicaríamos o preço original por $1 - 0{,}08 = 0{,}92$;
- se o desconto fosse de 15%, multiplicaríamos o preço original por $1 - 0{,}15 = 0{,}85$;

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

- se o desconto fosse de i%, multiplicaríamos o preço original da máquina por:

$$1 - \frac{i}{100}$$

Variação percentual

No início do mês, o preço do quilograma do salmão, em um mercado municipal, era de R$ 40,00. No final do mês, o mesmo tipo de salmão era vendido a R$ 43,00 o quilograma.

De que maneira podemos expressar esse aumento?

- Em valores absolutos, o aumento foi de R$ 3,00.
- Calculando a razão entre esse aumento e o valor inicial, encontramos $\frac{3}{40} = 0{,}075 = 7{,}5\%$.

Dizemos que 7,5% é a **variação percentual** do preço do quilograma do salmão.

RUBENS CHAVES/PULSAR IMAGENS

Apesar de ser um alimento rico em proteínas, vitaminas e minerais, o peixe ainda é pouco consumido pelos brasileiros.

PENSE NISTO:

Calcule o percentual de aumento por meio de uma regra de três.

Outra possibilidade é fazer:

$$\frac{43}{40} = 1{,}075 = 1 + \underbrace{0{,}075}_{\text{aumento de } 7{,}5\%}$$

Temos, então:

$$\boxed{p = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{V_1}{V_0} - 1}$$

em que:

- $\mathbf{V_0}$ é o valor inicial de um produto;
- $\mathbf{V_1}$ é o valor desse produto em uma data futura;
- **p** é a variação percentual do preço desse produto no período considerado, expressa na forma decimal.
- Se $p > 0$, dizemos que **p** representa a **taxa percentual de aumento** (ou acréscimo), conforme vimos no exemplo do preço do salmão.
- Se $p < 0$, dizemos que **p** representa a **taxa percentual de desconto** (ou decréscimo).

EXEMPLO 1

Se, em um mês, o preço do quilograma do salmão tivesse diminuído de R$ 40,00 para R$ 38,00, teríamos:

$$p = \frac{38 - 40}{40} = \frac{-2}{40} = -0{,}05$$

Isso significa uma redução de 5%, ou ainda, um decréscimo de 5% no valor inicial do quilograma do salmão.

PENSE NISTO:

Nesse exemplo, poderíamos efetuar $\frac{38}{40} = 0{,}95$ e chegar à mesma resposta. Explique.

EXERCÍCIOS **RESOLVIDOS**

1 O Produto Interno Bruto (PIB) de um país aumentou 3% em um ano, passando a ser igual a 412 bilhões de dólares. Qual era o PIB antes deste aumento?

Solução:

1º modo:

Podemos calcular:

$$p = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \Rightarrow 0{,}03 = \frac{412 - V_0}{V_0} \Rightarrow 0{,}03 \cdot V_0 = 412 - V_0 \Rightarrow 1{,}03 \cdot V_0 = 412 \Rightarrow V_0 = \frac{412}{1{,}03} = 400$$

Logo, antes do aumento, o PIB era igual a 400 bilhões de dólares.

2º modo:

Podemos montar a seguinte regra de três:

$$\left\{\begin{array}{ccc} 412 \text{ bilhões de dólares} & — & 103\% \\ x & — & 100\% \end{array}\right. \Rightarrow x = 400 \text{ bilhões de dólares}$$

2 Após uma redução de 8% em seu valor, um artigo passou a custar R$ 110,40. Qual era seu preço original?

Solução:

1º modo:

Temos $V_1 = 110{,}40$, $p = -0{,}08$ e queremos determinar o valor de $\mathbf{V_0}$.

Daí obtemos:

$$-0{,}08 = \frac{110{,}40 - V_0}{V_0} \Rightarrow -0{,}08V_0 = 110{,}40 - V_0 \Rightarrow 0{,}92V_0 = 110{,}40 \Rightarrow V_0 = \frac{110{,}40}{0{,}92} = 120$$

Logo, o preço original era igual a 120 reais.

2º modo:

Podemos montar a seguinte regra de três:

$$\begin{cases} \text{R\$ } 110{,}40 & — & 92\% \\ x & — & 100\% \end{cases} \Rightarrow x = 120 \text{ reais}$$

3 Um produto sofreu dois aumentos mensais e consecutivos de 5% e 10%, respectivamente.

a) Qual será seu preço após os aumentos, se antes custava R$ 400,00?

b) Qual será o aumento percentual acumulado?

Solução:

a) Após o 1º aumento, o preço, em reais, passará a ser: $1{,}05 \cdot 400 = 420$

Após o 2º aumento, o preço, em reais, passará a ser: $1{,}10 \cdot 420 = 462$

b) $p = \frac{462 - 400}{400} = \frac{62}{400} = 0{,}155$

Assim, o aumento acumulado foi de 15,5%.

EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

1 O preço de um par de sapatos era R$ 68,00. Em uma liquidação, ele foi vendido com 15% de desconto. Quanto passou a custar?

2 Se uma loja aumentar em 12% o preço de todos os seus produtos, quanto passará a custar um artigo cujo preço era:

a) R$ 40,00? **b)** R$ 150,00?

3 O preço de um produto aumentou de R$ 320,00 para R$ 360,00.

a) Qual é a taxa percentual de aumento?

b) Qual seria o novo preço do produto se o aumento tivesse sido de 35%?

4 Pesquisando em um *site* de reserva de hotéis, Jurandir encontrou uma promoção na diária de um hotel na praia, de R$ 250,00 por R$ 210,00.

a) Qual é o percentual de desconto oferecido?

b) Jurandir aproveitou a promoção e fez uma reserva de uma semana no hotel, pelo *site*. Sabendo que serão cobradas taxas de 1,5% sobre o total da reserva e R$ 15,00 pela emissão do *voucher*, qual será o total a ser pago por Jurandir?

5 Usando uma calculadora simples, responda às perguntas seguintes:

a) O preço do quilograma do tomate em um sacolão é R$ 1,28 e sofrerá uma redução de 7,8%. Qual será o novo preço?

b) O aluguel de uma sala comercial é R$ 1 480,00 ao mês. Foi autorizado um aumento de 11,3% no aluguel de imóveis comerciais. Qual será o novo valor?

c) Sobre o salário bruto de R$ 2 850,00 de um trabalhador incidem 17,5% de impostos. Qual o salário líquido desse trabalhador?

6 Três produtos, **A**, **B** e **C**, sofreram reajustes em um supermercado, como mostrado a seguir.

Produto	Preço anterior (R$)	Preço atual (R$)
A	0,40	0,50
B	1,50	1,80
C	0,60	0,75

Compare os aumentos percentuais dos preços dos três produtos.

7 Após um aumento de 24%, o salário bruto de Raul passou a ser de R$ 4 340,00.

a) Qual era o salário bruto de Raul?

b) Supondo que sobre o salário bruto incidam impostos de 16%, determine quanto Raul passará a pagar a mais de impostos por mês.

8 Uma companhia aérea promoveu uma redução de R$ 150,00 no preço de uma passagem, o que corresponde a 12% de desconto. Determine o preço da passagem:

a) sem a redução; **b)** com a redução.

9 Por meio de uma campanha de redução do consumo de água, um edifício residencial, em um certo mês, reduziu o consumo em 14%, passando a gastar 1075 m^3 de água.

a) Qual foi o consumo de água do condomínio no mês anterior?

b) Para o mês seguinte, os moradores comprometeram-se a reduzir o consumo para 1000 m^3 de água. Para atingir essa meta, qual deverá ser a nova redução percentual no consumo de água?

10 Seja **p** o preço de um produto. Determine, em função de **p**, o novo valor desse produto se ele tiver:

a) aumento de 38%;

b) aumento de 10,5%;

c) desconto de 3%;

d) desconto de 12,4%;

e) dois aumentos sucessivos de 10% e 20%, respectivamente;

f) dois descontos sucessivos de 20% e 15%, respectivamente;

g) um aumento de 30% seguido de um desconto de 20%;

h) três aumentos sucessivos de 10% cada um.

11 O preço de um produto é R$ 50,00, e um comerciante decide aumentá-lo em 20%. Diante da insistência de um cliente, o comerciante concede, então, um desconto de 20% sobre o novo preço do produto.

a) Ao final dessas "transações", haveria alteração no preço original do produto? Quem "levaria vantagem": o comerciante ou o cliente?

b) Que taxa de desconto deveria ser aplicada diretamente sobre o preço original do produto para que fosse obtido o mesmo valor que seria pago pelo cliente, em caso de compra?

12 Atualmente, o pagamento da prestação do apartamento consome 30% do salário bruto de Cláudio. Se a prestação aumentar 10%, que porcentagem do salário de Cláudio ela passará a representar, caso:

a) não haja aumento de salário;

b) o salário aumente 5%;

c) o salário aumente 30%.

13 Um supermercado promoveu, em meses distintos, três promoções para certo produto, a saber:

I. Compre 1 e ganhe 50% de desconto na aquisição da 2ª unidade.

II. Compre 2 e leve 3.

III. Compre 4 e leve 5.

Considerando que o preço do produto não sofreu alteração, qual é a opção mais vantajosa para o consumidor? E a menos vantajosa?

14 Um sabonete, cujo preço normal de venda é R$ 1,40, é vendido em três supermercados distintos, **X**, **Y** e **Z**, com as seguintes promoções:

- supermercado **X**: leve 4, pague 3;
- supermercado **Y**: desconto de 15% sobre o preço de cada unidade;
- supermercado **Z**: leve 6, pague 5.

Determine a opção mais vantajosa para um consumidor que comprar:

a) 12 unidades do sabonete;

b) 7 unidades do sabonete.

15 O dono de um restaurante "por quilo" costuma, semanalmente, encomendar de um fornecedor 12 kg de arroz, 8 kg de feijão e 15 kg de batata.

a) Sabendo que os preços do quilograma do arroz, do feijão e da batata, em certa semana, são de R$ 4,00, R$ 3,40 e R$ 2,00, respectivamente, determine o gasto correspondente a esse pedido.

b) Na semana seguinte, os preços do quilograma do arroz, do feijão e da batata sofreram as seguintes variações, respectivamente: +3%, −5%, +6%. Qual foi a variação percentual do gasto do mesmo pedido?

16 O reajuste anual autorizado para um certo plano de saúde foi de 28%. Enquanto aguardava o resultado das negociações sobre os reajustes, a seguradora do plano já havia aumentado a mensalidade em 10%.

Determine o percentual que deve ser aplicado ao valor vigente da mensalidade a fim de se cumprir o reajuste autorizado.

17 Quatro amigos foram a uma lanchonete e fizeram exatamente o mesmo pedido. O valor da conta, a ser dividido igualmente entre eles, foi R$ 70,40, já incluídos os 10% de serviço. Quanto cada um pagaria se não fosse cobrada a taxa de serviço?

18 Cecília comprou um apartamento por R$ 120 000,00 e o revendeu, dez anos depois, por R$ 450 000,00. Qual o percentual de valorização desse imóvel no período?

19 Expresse na forma percentual:

a) um aumento de R$ 15,00 sobre uma mercadoria que custava R$ 60,00.

b) um desconto de R$ 28,00 em uma mercadoria que custava R$ 168,00.

c) um desconto de R$ 0,27 em um produto que custava R$ 0,90.

d) um aumento de R$ 208,00 em um produto que custava R$ 200,00.

20 Um usuário recebeu uma conta telefônica com um valor 120% maior que a última conta, já paga. Assustado, recorreu à concessionária, que informou ter havido engano na cobrança, anunciando redução do valor apresentado à metade. Ainda assim, qual foi o acréscimo percentual do valor a pagar em relação ao da conta anterior?

Juros

A palavra "juros" é bem familiar ao nosso cotidiano e está amplamente difundida nos mais variados veículos de comunicação (rádio, TV, jornal, internet etc.).

Veja a seguir algumas situações em que aparecem juros no nosso dia a dia.

- Ao tomar um empréstimo em um banco, o cliente deverá, ao final do prazo estabelecido, devolver ao banco a quantia emprestada acrescida de juros, devido ao "aluguel" do dinheiro.
- Se uma pessoa atrasa o pagamento de uma conta de consumo (por exemplo, luz, telefone, internet etc.), ela é obrigada a pagar, além do valor da conta, uma multa acrescida de juros diários sobre esse valor.
- Ao abrir uma caderneta de poupança, o poupador deposita uma quantia no banco. A cada mês serão incorporados juros ao saldo dessa poupança.
- Quando um correntista de banco ultrapassa o limite de seu cheque especial, o banco cobra juros diários sobre o valor excedido até o correntista repor o dinheiro para zerar sua conta.


LUIZ CARLOS MURAUSKAS/FOLHAPRESS

Muitas pessoas recorrem ao empréstimo bancário quando querem abrir um negócio próprio, por exemplo.

Normalmente, quando se realiza alguma dessas operações fica estabelecida uma taxa de juros (**x** por cento) por período (dia, mês, ano etc.) que incide sobre o valor da transação.

Veja, a seguir, alguns termos de uso frequente em Matemática Financeira.

UM — Unidade monetária: real, dólar, euro ou qualquer outra moeda.

C — Capital. O valor inicial de um empréstimo, dívida ou investimento.

i — Taxa de juros. A letra **i** vem do inglês *interest* ("juros"), e a taxa é expressa na forma percentual por período. Por exemplo, 5% ao mês (a.m.); 0,2% ao dia (a.d.); 10% ao ano (a.a.) etc.

J — Juros. Os juros correspondem ao valor obtido quando aplicamos a taxa sobre o capital ou sobre algum outro valor da transação. Os juros são expressos em UM.

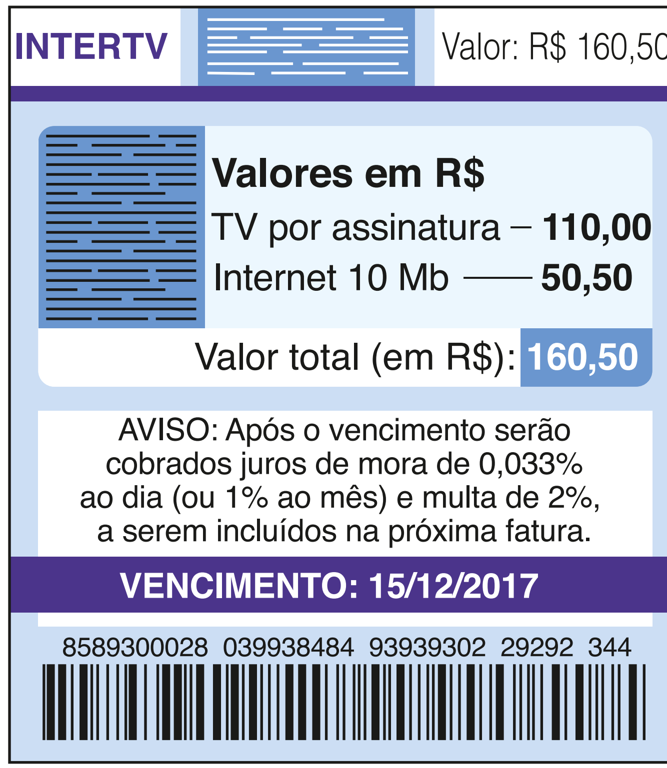
M — Montante. Corresponde ao capital acrescido dos juros auferidos na transação, isto é, $M = C + J$.

Em Matemática Financeira, costuma-se adotar, para o período de um mês, o chamado **mês comercial** com 30 dias.

Juros simples

Considere a seguinte situação: todo dia 15, Luís Henrique paga a conta mensal do pacote de TV por assinatura e internet de sua residência, a qual vence nesse dia. Em certo mês, porém, ele se esqueceu de pagá-la e lembrou-se apenas no dia 28 do mesmo mês que deixara de fazer o pagamento, dirigindo-se imediatamente ao banco.

Quando pegou a fatura, viu que o valor a ser pago na data de vencimento (dia 15) era de R$ 160,50. Um pouco mais abaixo, leu a seguinte orientação: Após o vencimento serão cobrados juros de mora de 0,033% ao dia (ou 1% ao mês) e multa de 2%, a serem incluídos na próxima fatura.



ILUSTRA CARTOON

O termo "juros de mora", comum no dia a dia, diz respeito à penalização imposta a um consumidor pelo atraso no cumprimento de sua obrigação.

Rapidamente, com uma calculadora, Luís Henrique chegou à conclusão de que, na fatura seguinte, seria cobrado, aproximadamente, um total de R$ 3,90 de encargos provenientes do atraso no pagamento.

Como ele chegou a esse valor?

- Inicialmente, ele calculou 2% de R$ 160,50, que é o valor correspondente à multa e que independe do número de dias de atraso:

$$2\% \cdot R\$\ 160{,}50 = 0{,}02 \cdot R\$\ 160{,}50 = R\$\ 3{,}21 \quad (1)$$

- Em seguida, calculou o juro diário cobrado:

$$0{,}033\% \cdot R\$\ 160{,}50 = \frac{0{,}033}{100} \cdot R\$\ 160{,}50 \simeq R\$\ 0{,}053$$

  Aqui vale a pena lembrar que nosso sistema monetário não dispõe de moedas com valores inferiores a R$ 0,01. Desse modo, R$ 0,053 é um valor teórico compreendido entre R$ 0,05 e R$ 0,06 e será arredondado mais adiante.

  Multiplicando esse valor por 13 (do dia 15 ao dia 28 foram 13 dias de atraso), ele obteve:

$$13 \cdot R\$\ 0{,}053 \simeq R\$\ 0{,}69 \quad (2)$$

- Somando (1) e (2), chega-se aos encargos de:

$$R\$\ 3{,}21 + R\$\ 0{,}69 = R\$\ 3{,}90$$

Conceito

Observe que, nessa transação, a taxa de juros sempre incide sobre o mesmo valor (isto é, sobre o valor original da conta), gerando, desse modo, o mesmo juro por período considerado (no exemplo, o juro por dia é o mesmo).

Esse mecanismo de cálculo de juros é conhecido como **regime de juros simples**.

Vamos construir uma tabela para representar o juro total devido em função do número de dias de atraso, considerando os dados do exemplo anterior:

Número de dias de atraso	1	2	3	4	5	...	13
Juros (R$)	0,053	0,106	0,159	0,212	0,265	...	0,689

Para qualquer par de valores da tabela acima, notamos que a razão $\frac{\text{juros}}{\text{número de dias}}$ é constante:

$$\frac{0{,}053}{1} = \frac{0{,}106}{2} = \frac{0{,}159}{3} = \ldots = \frac{0{,}689}{13}$$

Desse modo, as grandezas "juros" e "número de dias de atraso" são diretamente proporcionais e a constante de proporcionalidade vale 0,053, que é aproximadamente igual a 0,033% de R$ 160,50 — a taxa de juros aplicada sobre o capital (valor da conta).

Vamos generalizar essa ideia: aplicando-se juros simples a um capital **C**, à taxa **i** por período (com **i** expresso na forma decimal), durante **n** períodos, obtemos juros totais **J** tais que:

$$\frac{J}{n} = \text{constante}$$

A constante é dada pelo produto da taxa de juros (**i**) pelo capital (**C**).

$$\frac{J}{n} = i \cdot C \Rightarrow \boxed{J = C \cdot i \cdot n}$$

O montante obtido será:

$$M = C + J \Rightarrow M = C + C \cdot i \cdot n \Rightarrow \boxed{M = C \cdot (1 + i \cdot n)}$$

PENSE NISTO:

Por que a conta trazia a informação de que juros diários de 0,033% equivalem a 1% ao mês?

OBSERVAÇÃO

A principal aplicação do regime de juros simples é o cálculo de juros cobrados por atraso de pagamento de contas de consumo (telefone, gás, água, luz, TV por assinatura etc.). Como veremos adiante, a maioria das transações comerciais e financeiras (aplicação, financiamento, empréstimos etc.) obedece ao regime de juros compostos.

EXERCÍCIOS **RESOLVIDOS**

4 Um capital de R$ 1 200,00 é aplicado em regime de juros simples, por 3 anos, à taxa de 1% ao mês. Calcule os juros dessa operação.

PENSE NISTO:

Um aluno calculou diretamente 36% de 1200 para saber o total de juros da operação. Explique.

Solução:

1º modo:

- Em um mês, os juros, em reais, serão de $0{,}01 \cdot 1\,200 = 12{,}00$.
- Em três anos (ou 36 meses), o total dos juros, em reais, será $36 \cdot 12{,}00 = 432{,}00$.

2º modo:

Podemos aplicar a fórmula dos juros, lembrando que a taxa deve ser compatível com a unidade de tempo considerada. Assim: $C = 1\,200$; $i = \frac{1}{100} = 0{,}01$ e $n = 36$ meses

Logo, o total dos juros, em reais é:

$$J = C \cdot i \cdot n = 1\,200 \cdot 0{,}01 \cdot 36 \Rightarrow J = 432{,}00$$

5 Um capital de R$ 2 100,00, aplicado em regime de juros simples durante quatro meses, gerou um montante de R$ 2 604,00. Calcule a taxa mensal de juros dessa aplicação.

Solução:

1º modo:

$M = C(1 + i \cdot n) \Rightarrow 2\,604 = 2\,100(1 + i \cdot 4) \Rightarrow \frac{2\,604}{2\,100} = 1 + 4i \Rightarrow 1{,}24 = 1 + 4i \Rightarrow 0{,}24 = 4i \Rightarrow i = 0{,}06$

Logo, a taxa de juros é 6% ao mês.

2º modo:

Os juros dessa aplicação, em reais, são de 2 604 − 2 100 = 504. Em relação ao capital, eles correspondem a:

$$\frac{504}{2\,100} = 0{,}24 = 24\%$$

Como os juros mensais são iguais, a taxa por mês será $\frac{24\%}{4} = 6\%$.

6 Um aparelho de TV custa à vista R$ 880,00. A loja também oferece a seguinte opção: R$ 450,00 no ato e uma parcela de R$ 450,00 a ser paga um mês após a compra. Qual é a taxa mensal de juros simples cobrada nesse financiamento?

LAURENI FOCHETTO

Solução:

1º modo:

O saldo devedor no momento da compra é:

$$C = \underbrace{\text{R\$ } 880{,}00}_{\text{valor da TV à vista}} - \underbrace{\text{R\$ } 450{,}00}_{\text{entrada}} = \text{R\$ } 430{,}00$$

Após um mês, com a incorporação de juros, esse valor se converte num montante **M** tal que:

$$M = \text{R\$ } 450{,}00$$

Desse modo, são cobrados juros de R$ 20,00 (R$ 450,00 − R$ 430,00) em relação ao saldo devedor de R$ 430,00.

Percentualmente temos: $\frac{20}{430} \simeq 0{,}0465 = 4{,}65\%$.

2º modo:

Podemos aplicar a fórmula $M = C(1 + i \cdot n)$, com $C = 430$, $M = 450$, $n = 1$ (1 mês); é preciso determinar o valor de **i**:

$$450 = 430(1 + i \cdot 1) \Rightarrow \frac{450}{430} = 1 + i \Rightarrow i \simeq 1{,}0465 - 1 = 0{,}0465 = 4{,}65\%$$

Logo, a taxa de juros é 4,65% ao mês.

EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

21 Calcule os juros simples obtidos nas seguintes condições:

a) Um capital de R$ 220,00, aplicado por três meses, à taxa de 4% a.m.

b) Um capital de R$ 540,00, aplicado por um ano, à taxa de 5% a.m.

c) Uma dívida de R$ 80,00, paga em oito meses, à taxa de 12% a.m.

d) Uma dívida de R$ 490,00, paga em dois anos, à taxa de 2% a.m.

22 Bira fez um empréstimo de R$ 250,00 com um amigo e combinou de pagá-lo ao final de quatro meses, acrescido de juros simples de 6% a.m. Qual será o total que deverá ser desembolsado por Bira após esse período?

23 Um capital de R$ 200,00 é empregado em regime de juros simples. Passados quatro meses, o montante era R$ 240,00. Qual é a taxa mensal de juros simples dessa operação?

24 Obtenha o montante de uma dívida, contraída a juros simples, nas seguintes condições:

a) capital: R$ 400,00; taxa: 48% ao ano; prazo: 5 meses;

b) capital: R$ 180,00; taxa: 72% ao semestre; prazo: 8 meses;

c) capital: R$ 5000,00; taxa: 0,25% ao dia; prazo: 3 meses.

25 Uma conta de gás, no valor de R$ 48,00, com vencimento para 13 de abril, trazia a seguinte informação: "Se a conta for paga após o vencimento, incidirão sobre o seu valor multa de 2% e juros de 0,033% ao dia, que serão incluídos na conta futura".
Qual será o acréscimo a ser pago sobre o valor da próxima conta por um consumidor que quitou o débito em 17 de abril? E se ele tivesse atrasado o dobro do número de dias para efetuar o pagamento?

26 Uma conta telefônica trazia a seguinte informação: "Contas pagas após o vencimento terão multa de 2% e juros de mora de 0,04% ao dia, a serem incluídos na próxima conta".

Sabe-se que Elisa se esqueceu de pagar a conta do mês de agosto, no valor de R$ 255,00. Na conta do mês de setembro foram incluídos R$ 7,14 referentes ao atraso de pagamento do mês anterior.

Com quantos dias de atraso Elisa pagou a conta do mês de agosto?

27 Um capital é aplicado, a juros simples, à taxa de 5% a.m. Quanto tempo, no mínimo, ele deverá ficar aplicado, a fim de que seja possível resgatar:

a) o dobro da quantia aplicada?

b) o triplo da quantia aplicada?

c) dez vezes a quantia aplicada?

d) a quantia aplicada acrescida de 80% de juros?

28 O preço à vista de uma TV é R$ 900,00. Pode-se, entretanto, optar pelo pagamento de R$ 500,00 de entrada e mais R$ 500,00 um mês após a compra.

a) Qual é a taxa mensal de juros simples desse financiamento?

b) Qual seria a taxa mensal de juros simples do financiamento, se a 2ª parcela fosse paga dois meses após a compra?

29 Uma loja oferece a seus clientes duas opções de pagamento conforme mostrado abaixo:

ILUSTRA CARTOON

Lia fez compras nessa loja no valor total de R$ 2 400,00.

a) Que valor Lia pagará se optar pelo pagamento à vista?

b) Qual é a taxa mensal de juros simples embutidos no pagamento parcelado, levando em conta que é oferecido um desconto para pagamento à vista?

30 Fábio tomou **x** reais emprestados de um amigo e comprometeu-se a devolver essa quantia, acrescida de juros simples, no prazo de dez meses. No prazo combinado, Fábio quitou a dívida com um pagamento de 1,35x. Qual foi a taxa mensal de juros combinada?

31 Sabe-se que 70% de um capital foi aplicado a juros simples, por 1,5 ano, à taxa de 2% a.m.; o restante foi aplicado no mesmo regime de juros, por 2 anos, à taxa de 18% ao semestre (a.s.). Sabendo que os juros totais recebidos foram de R$ 14 040,00, determine o valor do capital.

32 Mariana recebeu uma herança de R$ 22 000,00. $\frac{3}{11}$ desse valor foram usados para quitar uma dívida de 2 anos, contraída de um amigo, no regime de juros simples, à taxa de 2,5% a.m. Do valor que sobrou, 75% será usado para a reforma de sua casa e o restante Mariana pretende emprestar a uma prima, em regime de juros simples, à taxa de 10% ao ano (a.a.).

Determine:

a) o capital da dívida de Mariana com o amigo;

b) o valor que será usado na reforma da casa de Mariana;

c) o valor que a prima pagará a Mariana se quitar a dívida em 3 anos.

33 Ariel dispunha de um capital de R$ 4 000,00. Parte desse valor ele emprestou a Rafael, por um ano, à taxa de juros simples de 1,5% a.m. O restante foi emprestado (na mesma data) a Gabriel, pelo mesmo período, à taxa de 36% a.a. Sabendo que, um ano depois, Ariel recebeu o montante de R$ 5 116,00 referentes aos dois empréstimos, determine o valor emprestado a cada um dos amigos.

Juros compostos

Considere a seguinte situação:

Depois de muito trabalho, Miguel juntou R$ 500,00 e abriu uma caderneta de poupança para seu filho, como presente pelo 10º aniversário do menino.

Vamos supor que o rendimento dessa caderneta de poupança seja de 0,6% ao mês e que não será feita nenhuma retirada de dinheiro nem depósito nos próximos anos.

Quando o filho de Miguel completar 18 anos, que valor ele terá disponível em sua caderneta?

O mecanismo pelo qual o saldo dessa poupança irá crescer, mês a mês, é conhecido como regime de **capitalização acumulada** ou regime de **juros compostos**.

Qual é o princípio básico desse sistema de capitalização?

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

Pais e filhos podem conversar sobre a importância de poupar, a necessidade de consumir conscientemente e outros temas de educação financeira.

- Ao final do 1º mês, os juros de 0,6% incidem sobre os R$ 500,00; os juros obtidos (R$ 3,00) são incorporados ao capital, produzindo o primeiro montante (R$ 3,00 + R$ 500,00 = R$ 503,00).
- Ao final do 2º mês, os juros de 0,6% incidem sobre o primeiro montante (R$ 503,00) e os juros obtidos (R$ 3,02) são incorporados ao primeiro montante, produzindo o segundo montante (R$ 3,02 + R$ 503,00 = R$ 506,02).
- Ao final do 3º mês, os juros de 0,6% incidem sobre o segundo montante (R$ 506,02) e os juros obtidos (R$ 3,04) são incorporados ao segundo montante, produzindo o terceiro montante (R$ 3,04 + R$ 506,02 = = R$ 509,06), e assim sucessivamente.

Vamos agora generalizar esse raciocínio.

Consideremos um capital **C**, aplicado a juros compostos, a uma taxa de juros **i** (expressa na forma decimal) fixa por período, durante **n** períodos. O período considerado deve ser compatível com a unidade de tempo da taxa.

Temos:

- Ao final do primeiro período, o primeiro montante será igual a:

$$M_1 = C + C \cdot i \Rightarrow M_1 = C \cdot (1 + i) \quad (1)$$

- Ao final do segundo período, o segundo montante será igual a:

$$M_2 = M_1 + i \cdot M_1 = M_1 \cdot (1 + i) \underset{1}{\Rightarrow} M_2 = C \cdot (1 + i)^2 \quad (2)$$

- Ao final do terceiro período, o terceiro montante será igual a:

$$M_3 = M_2 + i \cdot M_2 = M_2 \cdot (1 + i) \underset{2}{\Rightarrow} M_3 = C \cdot (1 + i)^3 \quad (3)$$

- Ao final do quarto período, o quarto montante será igual a:

$$M_4 = M_3 + i \cdot M_3 = M_3 \cdot (1 + i) \underset{3}{\Rightarrow} M_4 = C \cdot (1 + i)^4$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

- Ao final do n-ésimo período, o n-ésimo montante será igual a:

$$\boxed{M_n = C \cdot (1 + i)^n}$$

É importante lembrar, mais uma vez, que o regime de juros compostos é utilizado na maioria das transações comerciais e aplicações financeiras.

EXEMPLO 2

Um capital de R$ 300,00 é aplicado à taxa de 2% ao mês, no regime de juros compostos. Qual será o montante obtido após três meses?

1º modo:

- Ao final do 1º mês, o 1º montante, em reais, será: $300 + 0{,}02 \cdot 300 = 306$
- Ao final do 2º mês, o 2º montante, em reais, será: $306 + 0{,}02 \cdot 306 = 312{,}12$
- Ao final do 3º mês, o montante, em reais, será: $312{,}12 + 0{,}02 \cdot 312{,}12 \simeq 318{,}36$

2º modo:

Aplicando a fórmula deduzida, obteremos diretamente o montante após três meses, sem ter de calcular o saldo nos meses anteriores. Basta fazer:

$$M_3 = 300 \cdot (1 + 0{,}02)^3 \Rightarrow M_3 = 300 \cdot 1{,}02^3 \simeq 318{,}36$$

Logo, o montante após 3 meses será de 318,36 reais.

EXEMPLO 3

Voltando ao problema da caderneta de poupança do filho de Miguel, vamos determinar o valor que o menino terá ao completar 18 anos.

Com uma calculadora científica, obtemos então:

$$\begin{cases} C = 500 \\ i = 0{,}6\% = \dfrac{0{,}6}{100} = 0{,}006 \\ n = 96 \text{ meses (8 anos)} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} M_{96} &= 500 \cdot (1 + 0{,}006)^{96} \\ M_{96} &= 500 \cdot 1{,}006^{96} \\ M_{96} &\simeq 500 \cdot 1{,}77585 \\ M_{96} &\simeq 887{,}93 \end{aligned}$$

Logo, Miguel terá 887,93 reais na caderneta de poupança.

PENSE NISTO:

Como podemos obter, com uma calculadora científica, o valor $1{,}006^{96}$?

EXERCÍCIOS **RESOLVIDOS**

7 Um investidor aplicou R$ 10 000,00 em um fundo de investimento que rende 12% ao ano, a juros compostos. Qual é o menor número inteiro de meses necessário para que o montante dessa aplicação seja R$ 50 000,00?

Solução:

$$\text{Temos: } \begin{cases} C = 10\,000 \\ M = 50\,000 \\ i = 0{,}12 \\ n = ? \end{cases} \Rightarrow 50\,000 = 10\,000 \cdot (1 + 0{,}12)^n \Rightarrow 5 = 1{,}12^n$$

Para resolver a equação $1{,}12^n = 5$, podemos proceder de duas maneiras:

1º modo:

$$1{,}12^n = 5 \Rightarrow \log_{1,12} 5 = n;$$

Escrevendo esse logaritmo em base 10, temos:

$$n = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 1{,}12}$$

Com o auxílio de uma calculadora científica, obtemos os valores desses logaritmos:

$$n \simeq \frac{0{,}69897}{0{,}049218} \Rightarrow n \simeq 14{,}2$$

2º modo:

De $1{,}12^n = 5$, podemos obter outra igualdade "aplicando" logaritmo decimal aos dois membros, isto é:

$$1{,}12^n = 5 \Rightarrow \log 1{,}12^n = \log 5 \Rightarrow n \cdot \log 1{,}12 = \log 5 \Rightarrow n = \frac{\log 5}{\log 1{,}12} \simeq 14{,}2$$

Assim, o menor número inteiro de meses é 15.

8 Uma dívida de R$ 500,00, contraída a juros compostos e a uma taxa mensal fixa, aumenta para R$ 680,00 após quatro meses. Qual é a taxa mensal aproximada de juros?

Solução:

$$M = C \cdot (1 + i)^n \Rightarrow 680 = 500 \cdot (1 + i)^4 \Rightarrow 1{,}36 = (1 + i)^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + i = \sqrt[4]{1{,}36} \Rightarrow 1 + i \simeq 1{,}0799 \Rightarrow i \simeq 0{,}0799$$

Assim, a taxa mensal aproximada é de 8% ao mês.

PENSE NISTO:

Como podemos obter o valor de $\sqrt[4]{1{,}36}$ com uma calculadora científica?

Relembrando:

- Dados os números reais **a** e **b**, $a > 0$ e $0 < b$ e $b \neq 1$, chama-se **logaritmo** de **a** na base **b** (indica-se $\log_b a$) o número real **x** tal que $b^x = a$:

$$\log_b a = x \Leftrightarrow b^x = a$$

Assim, por exemplo, $\log_3 9 = 2$; $\log_2 \frac{1}{4} = -2$; $\log_5 1 = 0$; $\log 1\,000 = 3$ (lembre-se de que, quando a base é omitida, convenciona-se que ela é igual a 10, ou seja, é o **logaritmo decimal**).

- Propriedades:

Sejam **a** e **c** números reais positivos, $0 < b$ e $b \neq 1$, e $\alpha \in \mathbb{R}$.

Valem as seguintes propriedades:

- $\log_b (a \cdot c) = \log_b a + \log_b c$
- $\log_b \left(\frac{a}{c}\right) = \log_b a - \log_b c$
- $\log_b a^\alpha = \alpha \cdot \log_b a$

Assim, por exemplo, podemos expressar o valor de log 48 em função de log 2 e de log 3:

$$\log 48 = \log (2^4 \cdot 3) = \log 2^4 + \log 3 = 4 \cdot \log 2 + \log 3$$

Se **b** é um número real positivo, $0 < a$ e $a \neq 1$ e $0 < c$ e $c \neq 1$, temos a fórmula da mudança de base:

- $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

Juros compostos com taxa de juros variável

No estudo dos juros compostos deduzimos a fórmula do montante, admitindo a taxa de juros constante em cada um dos períodos. No entanto, muitas vezes, as taxas de rentabilidade de um fundo de investimento, por exemplo, variam de um mês para o outro. Quando isso ocorre, podemos calcular os montantes mês a mês, lembrando que o princípio de capitalização acumulado é o mesmo.

EXEMPLO 4

No começo do ano, o lote padrão de ações de uma empresa valia R$ 80,00. Nos meses de janeiro e fevereiro, as ações dessa empresa valorizaram-se 30% e 20%, respectivamente. Qual será o valor desse lote no final de fevereiro?

- No final de janeiro, o lote passará a valer, em reais:

$$80 + 30\% \cdot 80 = 80 + 0{,}3 \cdot 80 = 80 + 24 = 104$$

- No final de fevereiro, com a valorização de 20%, o lote passará a valer, em reais:

$$104 + 20\% \cdot 104 = 104 + 20{,}8 = 124{,}80$$

Observe que:

- O valor do lote, em reais, no final de janeiro é $1{,}3 \cdot 80$.
- O valor do lote, em reais, ao final de fevereiro é:

$$1{,}2 \cdot \underbrace{1{,}3 \cdot 80}_{\text{valor de janeiro}} = 1{,}56 \cdot 80 = 124{,}80$$

PENSE NISTO:

Qual foi a valorização acumulada nesses dois primeiros meses do ano?

EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

34 Calcule os juros e o montante de uma transação financeira a juros compostos, nas seguintes condições:

a) capital: R$ 300,00; taxa: 2% a.m.; prazo: 4 meses;

b) capital: R$ 2 500,00; taxa: 5% a.m.; prazo: 1 ano;

c) capital: R$ 100,00; taxa: 16% a.a.; prazo: 3 anos;

d) capital: R$ 900; taxa 27% a.a.; prazo: 6 meses.

35 Bete dispõe de R$ 2 000,00 para investir por três meses. Ela pretende escolher uma das opções seguintes: caderneta de poupança ou um fundo de renda fixa. As condições de cada investimento são apresentadas ao lado.

Qual é a opção mais vantajosa para Bete, levando em conta exclusivamente o critério financeiro? Nas suas contas, considere $1{,}005^3 \simeq 1{,}015$ e $1{,}008^3 \simeq 1{,}024$.

	Rendimento	Imposto
Poupança	0,5% a.m.	—
Fundo de renda fixa	0,8 % a.m.	25% sobre o ganho

36 Um investimento financeiro rende 1% ao mês, em regime de juros compostos. Décio aplicou R$1 200,00 nesse investimento. No momento do resgate, são cobrados 15% de imposto de renda sobre o **rendimento** obtido.

Considerando $1{,}01^{10} \simeq 1{,}105$, determine o valor líquido (já descontado o imposto de renda) que caberá a Décio, se ele fizer o resgate:

a) após 10 meses;

b) após 20 meses.

37 A caderneta de poupança é o investimento mais popular entre os brasileiros. Seu rendimento gira em torno de 0,5% ao mês e não há cobrança de imposto sobre os ganhos. Marlene investiu R$ 2 000,00 na caderneta de poupança.

Neste exercício, admita que, no período considerado, Marlene não fez depósitos nem saques nessa caderneta de poupança e use:

$1{,}005^{12} \simeq 1{,}06$; $1{,}005^{60} \simeq 1{,}35$;
$\log 1{,}005 \simeq 0{,}002$ e $\log 2 \simeq 0{,}301$.

a) Determine o montante obtido por Marlene, se ela deixar o recurso investido por: 1 ano, 2 anos, 5 anos e 10 anos.

b) Qual é o menor número inteiro de meses que o valor investido deverá ficar aplicado a fim de que ela possa resgatar R$ 4 000,00? E R$ 10 000,00?

38 Um capital foi aplicado a juros compostos à taxa de 20% a.a., durante 3 anos. Se, decorrido esse período, o montante produzido foi de R$ 864,00, qual foi o valor do capital aplicado?

39 Um capital de R$ 5 000,00 é aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao ano.

a) Qual é o montante da aplicação após 5 anos? Considere $1{,}1^5 \simeq 1{,}6$.

b) Qual é o rendimento percentual dessa aplicação considerando o período de cinco anos?

c) Qual é o tempo mínimo necessário para que o montante dessa aplicação seja R$ 20 000,00? Considere $\log 2 \simeq 0{,}30$ e $\log 11 \simeq 1{,}04$.

40 Um capital foi aplicado a juros compostos, à taxa de 10% ao ano, durante 3 anos, gerando um montante de R$ 66 550,00.

a) Qual foi o capital aplicado?

b) Qual seria a diferença entre os juros recebidos por essa aplicação e por uma aplicação com mesmo capital, prazo e taxa, porém no regime de juros simples?

41 Um capital de R$ 5 000,00, aplicado a uma taxa fixa mensal de juros compostos, gerou, em quatro meses, um montante de R$ 10 368,00. Qual foi a taxa praticada?

42 Suponha que o valor de um terreno em uma área nobre de uma cidade venha aumentando à taxa de 100% ao ano. Qual é o número mínimo inteiro de anos necessários para que o valor do terreno seja correspondente a cem vezes seu valor atual?

43 Uma dívida do cartão de crédito passou, no regime de juros compostos, de R$ 2 000,00 para R$ 5 120,00 em dois anos. Sabendo que a administradora do cartão opera com uma taxa percentual de juros fixa por ano, determine:

a) o valor dessa taxa ao ano;

b) o montante aproximado dessa dívida meio ano após a data na qual ela foi contraída. Considere: $\sqrt{10} \simeq 3{,}16$.

44 Um terreno adquirido por R$10 000,00 valoriza-se à taxa de 8% ao ano. Determine o tempo mínimo necessário para que o terreno passe a valer R$ 30 000,00.
Considere: $\log 2 \simeq 0{,}30$ e $\log 3 \simeq 0{,}48$.

45 No quadro seguinte encontramos a variação (valorização ou desvalorização) percentual mensal do valor da ação de uma empresa comercializada na Bolsa de Valores:

Mês	Rendimento
março	+8%
abril	+2,5%
maio	−3,0%

a) Sabendo que, no início de março, a ação valia R$ 25,00, determine o seu valor ao final de maio.

b) Qual a variação percentual do valor da ação nesse período?

46 Em seu primeiro ano, um fundo de investimento em ações valorizou-se 25%. No segundo ano, o fundo desvalorizou-se 30% e, no terceiro ano, o fundo recuperou 35% das perdas do ano anterior.

a) Quem aplicou R$ 4 800,00 nesse fundo, desde a sua criação, saiu com lucro ou prejuízo ao final dos três anos? Expresse esse valor em reais e em termos percentuais, levando em conta o valor investido.

b) Qual o rendimento percentual desse fundo no 3º ano?

47 Um capital é aplicado a juros compostos à taxa de 20% ao ano. Qual é o menor número inteiro de anos necessários para que o montante dessa operação seja:

a) o dobro do capital?

b) o triplo do capital?

c) o quíntuplo do capital?

d) 800% a mais que o capital?

Considere: $\log 2 \simeq 0,3$ e $\log 3 \simeq 0,48$.

48 Marcelo emprestou a Júlio 5 figurinhas da coleção da Copa do Mundo para ajudá-lo a montar seu álbum. Três semanas depois, Júlio, que é craque em "bater figurinhas", quitou sua dívida com Marcelo, devolvendo-lhe 35 figurinhas a mais que a quantia emprestada.

Considerando que o "regime de juros" combinado entre os dois seja o de juros compostos, determine a taxa semanal de juros desse empréstimo.

49 Fernanda aplicou R$ 200,00 em um fundo de ações. No primeiro ano, as ações valorizaram-se 25% e, no segundo ano, a valorização foi de 8%.

a) Qual é o rendimento percentual bruto do fundo nesses dois anos?

b) Qual o valor líquido resgatado por Fernanda após esses dois anos, se, nesse fundo, é cobrado imposto de 20% sobre o ganho?

50 Uma empresa foi multada em R$ 80 000,00 por irregularidades trabalhistas, comprometendo-se a pagar a multa ao final de um período de dez anos, acrescentando a ela juros compostos de 10% ao ano. Passados esses dez anos, a empresa conseguiu pagar apenas o valor da multa, sem os juros devidos, e renegociou a nova dívida, a uma taxa anual de juros compostos de 4% ao ano, com prazo de 5 anos. Qual será o montante a ser pago nessa nova negociação?

x	x^5
1,01	1,05
1,02	1,10
1,03	1,16
1,04	1,2
1,05	1,3
1,06	1,34
1,07	1,4
1,08	1,47
1,09	1,54
1,1	1,6

Use os valores aproximados da tabela acima para fazer os cálculos necessários.

51 Um investimento de risco apresentou uma taxa anual de rendimento fixa, gerando um aumento de 44% do capital investido em 2 anos. Qual foi a taxa anual de juros paga por esse investimento?

52 Um capital é empregado a uma taxa anual de 11%, no regime de juros compostos. Determine o menor número inteiro de meses necessários para que o montante obtido seja 47% maior que o capital. Use $\log 147 \simeq 2,17$ e $\log 111 \simeq 2,05$.

53 Um empresário tomou emprestado R$ 40 000,00 do banco **A** e R$ 60 000,00 do banco **B**, na mesma data, à taxa de juros (compostos) de 20% ao ano e 8% ao ano, respectivamente.

a) Qual será sua dívida total ao final de dois anos?

b) Daqui a quantos anos as dívidas nos dois bancos serão iguais?

Considere $\log 2 \simeq 0,3$ e $\log 3 \simeq 0,48$.

54 (Enem-MEC) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento **A**: 3% ao mês

Investimento **B**: 36% ao ano

Investimento **C**: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades.

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá:

a) escolher qualquer um dos investimentos **A**, **B** ou **C**, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.

b) escolher os investimentos **A** ou **C**, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.

c) escolher o investimento **A**, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos **B** e **C**.

d) escolher o investimento **B**, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento **A** e de 18% do investimento **C**.

e) escolher o investimento **C**, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos **A** e **B**.

TROQUE **IDEIAS**

Compras à vista ou a prazo (I)

Muitas vezes, o consumidor, ao comprar um determinado produto, tem que se decidir pela compra à vista ou a prazo. Para a maioria dos trabalhadores brasileiros, é difícil desembolsar o valor total do produto no ato da compra, restando, assim, a opção da compra parcelada. Essa prática é frequente especialmente em compra de eletrodomésticos, eletroeletrônicos, móveis, automóveis, imóveis etc. Em geral, a compra parcelada embute juros em suas prestações.

Em outras situações, no entanto, o consumidor dispõe de recursos para pagamento à vista. Do ponto de vista financeiro, qual é a melhor opção de pagamento nesse caso?

Vamos considerar o seguinte problema:

Uma agência de turismo, no Rio de Janeiro, vende pacotes turísticos de ano-novo para um *resort* de praia no Nordeste por R$ 2 500,00 por pessoa ou em 5 parcelas mensais de R$ 520,00, sendo a primeira um mês após o fechamento do pacote.

Márcia, ao longo do ano, conseguiu fazer uma reserva de dinheiro que lhe permite pagar a viagem à vista. Ela pode, alternativamente, aplicar esse dinheiro em uma caderneta de poupança e, a cada mês, fazer retiradas (saques) dessa poupança para pagar a prestação da viagem.

Vamos admitir que, em todos os meses, o rendimento da caderneta de poupança seja de 0,6% a.m. Lembre também que não há incidência de impostos sobre esse rendimento.

Vamos simular a situação de uma possível compra a prazo, destacando, em cada mês, o saldo inicial, os juros recebidos pela caderneta de poupança, a retirada para o pagamento da prestação e o saldo final da poupança.

a) Copie em seu caderno a tabela seguinte, preenchendo todos os campos. Use uma calculadora comum.

Tempo	Saldo inicial da poupança	+	Juros recebidos	−	Retirada para pagar a prestação	Saldo final da poupança
Ato da compra						
1 mês depois						
2 meses depois						
3 meses depois						
4 meses depois						
5 meses depois						

b) Analisando a tabela, decida qual é a opção mais vantajosa para Márcia.

É comum, também, encontrarmos, no comércio, situações em que o valor total a ser desembolsado em uma compra a prazo coincide com o seu valor à vista. Nesse caso, se o consumidor aplicar seu recurso e fizer saques mensais para o pagamento das prestações, terá feito a opção que lhe dará um dinheiro extra.

Imagine que a agência vendesse o mesmo pacote por R$ 2 500,00 à vista ou em 5 parcelas mensais de R$ 500,00, sendo a primeira um mês depois do fechamento do pacote.

c) Copie novamente em seu caderno a tabela do item *a*, preenchendo seus campos. Determine o dinheiro extra que Márcia poderá usufruir na viagem.

Compras à vista ou a prazo (II) – Financiamentos

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

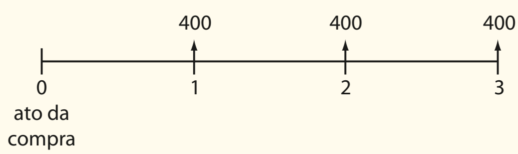
No momento da compra, o consumidor deve analisar com cautela as diferentes formas de pagamento.

Vamos introduzir o conceito de **valor atual** (ou **valor presente**) de um conjunto de pagamentos, que nos permite compreender como funcionam alguns financiamentos.

1º problema

Imagine que uma geladeira seja vendida em três prestações mensais de R$ 400,00, sendo a primeira um mês após a compra. Sabendo que a loja cobra juros (compostos) no financiamento de 5% ao mês, como podemos determinar o preço à vista dessa geladeira?

O esquema seguinte mostra os valores das prestações a serem pagas em cada data (mês):



- O pagamento de R$ 400,00 daqui a um mês (data 1) equivale a um pagamento atual (data 0) de $\mathbf{x_1}$ reais, tal que:

$$x_1 \cdot 1{,}05 = 400 \Rightarrow x_1 = \frac{400}{1{,}05}$$

Isto é, aplicando 5% de juros sobre $\mathbf{x_1}$ e somando com $\mathbf{x_1}$, obtemos o valor de R$ 400,00, a ser pago na data 1.

$\mathbf{x_1}$ é o valor atual do pagamento a ser feito na data 1.

- O pagamento de R$ 400,00 daqui a dois meses (data 2) equivale a um pagamento atual (data 0) de $\mathbf{x_2}$ reais, tal que:

$$x_2 \cdot 1{,}05^2 = 400 \Rightarrow x_2 = \frac{400}{1{,}05^2}$$

Ou seja, aplicamos, sobre $\mathbf{x_2}$, juros compostos de 5% ao mês por dois meses seguidos, para obter o valor de R$ 400,00, a ser pago na data 2.

$\mathbf{x_2}$ é o valor atual do pagamento a ser feito na data 2.

- O pagamento de R$ 400,00 daqui a três meses (data 3) equivale a um pagamento atual (data 0) de $\mathbf{x_3}$ reais, tal que:

$$x_3 \cdot 1{,}05^3 = 400 \Rightarrow x_3 = \frac{400}{1{,}05^3}$$

Aplicamos, sobre $\mathbf{x_3}$, juros compostos de 5% ao mês por três meses consecutivos para obter o valor de R$ 400,00, que será pago na data 3.

$\mathbf{x_3}$ é o valor atual do pagamento a ser feito na data 3.

Assim, calculamos o valor atual de cada prestação. O preço à vista dessa geladeira é:

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{400}{1{,}05} + \frac{400}{1{,}05^2} + \frac{400}{1{,}05^3}$$

$$x \simeq 380{,}95 + 362{,}81 + 345{,}54$$

$$x \simeq 1\,089{,}30$$

Logo, o preço à vista da geladeira é 1 089,30 reais.

OBSERVAÇÃO

A partir do preço à vista da geladeira, podemos compreender, sob outro ponto de vista, o mecanismo do financiamento. Vamos atualizar, mês a mês, o saldo devedor do cliente, considerando a taxa de juros de 5% ao mês:

- Saldo devedor no ato da compra: R$1 089,30.
- Saldo devedor, em reais, um mês após a compra: $\underbrace{1{,}05}_{\text{acréscimo de 5\% ao saldo devedor}} \cdot 1\,089{,}30 \simeq 1\,143{,}77$.

  Com o pagamento da 1ª parcela, o saldo devedor diminui para: 1 143,77 reais − 400 reais, isto é, 743,77 reais.
- Saldo devedor, em reais, dois meses após a compra: $1{,}05 \cdot 743{,}77 \simeq 780{,}96$. Com o pagamento da 2ª parcela, o saldo devedor diminui para: 780,96 reais − 400 reais, isto é, 380,96 reais.
- Saldo devedor, em reais, três meses após a compra: $1{,}05 \cdot 380{,}96 \simeq 400$ reais, que é igual ao valor da última prestação, a ser paga nessa data.

PENSE NISTO:

Considerando o problema anterior, qual deveria ser o preço à vista da geladeira se a primeira parcela de R$ 400,00 fosse paga no ato da compra e a segunda e a terceira parcelas fossem pagas um e dois meses após a data da compra, respectivamente?

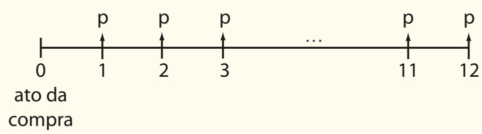
2º problema

Um automóvel popular é vendido por R$ 35 000,00 à vista ou em 12 prestações mensais iguais, sem entrada.

ILUSTRA CARTOON

Qual é o valor de cada parcela, se a concessionária opera, no financiamento, com uma taxa de juros compostos de 2% ao mês?

Vamos denominar **p** o valor de cada parcela. No esquema seguinte, estão representados os pagamentos futuros desse financiamento com as respectivas datas (meses) de vencimento:



- O valor atual da prestação a ser paga no mês 1 é:

$$v_1 = \frac{p}{1{,}02}$$

- O valor atual da prestação a ser paga no mês 2 é:

$$v_2 = \frac{p}{1{,}02^2}$$

- O valor atual da prestação a ser paga no mês 3 é:

$$v_3 = \frac{p}{1{,}02^3}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

- O valor atual da prestação a ser paga no mês 12 é:

$$v_{12} = \frac{p}{1{,}02^{12}}$$

Como o preço à vista do automóvel é de R$ 35 000,00, devemos ter:

$$v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_{12} = 35\,000$$

$$\frac{p}{1{,}02} + \frac{p}{1{,}02^2} + \frac{p}{1{,}02^3} + \ldots + \frac{p}{1{,}02^{12}} = 35\,000$$

$$p \cdot \left(\frac{1}{1{,}02} + \frac{1}{1{,}02^2} + \frac{1}{1{,}02^3} + \ldots + \frac{1}{1{,}02^{12}}\right) = 35\,000 \quad *$$

Para fazer a conta em * podemos, com auxílio de uma calculadora científica, calcular cada parcela acima separadamente e depois adicioná-las.

Outra opção é observar que a sequência $\left(\frac{1}{1{,}02}; \frac{1}{1{,}02^2}; \frac{1}{1{,}02^3}; \ldots; \frac{1}{1{,}02^{12}}\right)$ é uma P.G., em que $a_1 = \frac{1}{1{,}02}$; $q = \frac{1}{1{,}02}$ e $n = 12$.

Assim, como $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ (soma dos **n** primeiros termos de uma P.G.), temos:

$$S_{12} = \frac{\frac{1}{1{,}02} \cdot \left[\left(\frac{1}{1{,}02}\right)^{12} - 1\right]}{\frac{1}{1{,}02} - 1} = \frac{\frac{1}{\cancel{1{,}02}} \cdot \left(\frac{1}{1{,}02^{12}} - 1\right)}{\frac{-0{,}02}{\cancel{1{,}02}}} = -\frac{1}{0{,}02} \cdot \left(\frac{1 - 1{,}02^{12}}{1{,}02^{12}}\right)$$

Como $1{,}02^{12} \simeq 1{,}2682$, temos:

$$S_{12} = -\frac{1}{0{,}02} \cdot \left(\frac{1 - 1{,}2682}{1{,}2682}\right) = -\frac{1}{0{,}02} \cdot \frac{-0{,}2682}{1{,}2682} \simeq 10{,}574$$

Em *, temos:

$$p \cdot 10{,}574 = 35\,000 \Rightarrow p \simeq 3\,310$$

Assim, o valor de cada parcela é R$ 3 310,00.

Observe que, ao efetuar a compra financiada, o consumidor pagará pelo carro o valor total de 12 · (3 310 reais) = 39 720 reais. Com relação ao preço à vista do veículo, é uma diferença de 39 720 reais − 35 000 reais = 4 720 reais.

Note que $\frac{39\,720}{35\,000} \simeq 1{,}135 = 1 + 0{,}135$. Isso significa que, na compra financiada, o consumidor pagará "1 carro e mais 13,5% de seu valor de compra".

É notório que, mesmo sem fazer todas essas contas, na compra financiada, o valor total desembolsado é maior, em relação ao preço à vista.

Para uma grande parcela da população brasileira, no entanto, a compra financiada é a única opção. Desse modo, é importante que o consumidor não veja apenas se a prestação cabe no orçamento mensal. É preciso pesquisar as melhores condições, negociar e procurar por taxas de juros menores até encontrar a opção mais vantajosa.

PENSE NISTO:

Suponha que um comprador desse automóvel tenha negociado, com a concessionária, a taxa de juros do financiamento, reduzindo-a a 1% ao mês. Mantidas as demais condições, qual seria o valor de cada parcela desse financiamento?

Juros e funções

Uma dívida de R$ 1 000,00 será paga com juros de 50% ao ano. Ela deverá ser quitada após um número inteiro de anos.

Vamos calcular, ano a ano, os montantes dessa dívida nos dois regimes de capitalização (simples e composto) e comparar os valores obtidos.

Juros simples

Os juros, por ano, são de 50% de 1 000:

$$0{,}5 \cdot 1\,000 = 500, \text{ isto é, R\$ } 500{,}00$$

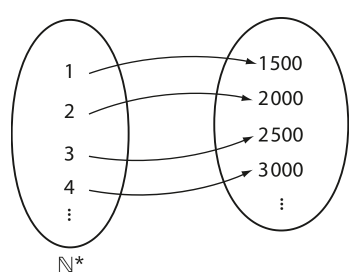
Dívida: R$ 1 000,00

Ano	1	2	3	4	5	6	...
Montante	1 500	2 000	2 500	3 000	3 500	4 000	...

A sequência de montantes (1 500, 2 000, 2 500, 3 000, 3 500, ...) é uma progressão aritmética (P.A.) de razão 500 e cujo termo geral é:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \Rightarrow a_n = 1\,500 + (n - 1) \cdot 500 \Rightarrow \boxed{a_n = \underbrace{500}_{\substack{\text{acréscimo} \\ \text{anual}}} \cdot n + \underbrace{1\,000}_{\text{capital}}}$$

Lembremos que toda progressão aritmética (P.A.) é uma função **f** de domínio em $\mathbb{N}^*$. Desse modo, a P.A. $(\underset{a_1}{\underset{\downarrow}{1\,500}}, \underset{a_2}{\underset{\downarrow}{2\,000}}, \underset{a_3}{\underset{\downarrow}{2\,500}}, \underset{a_4}{\underset{\downarrow}{3\,000}}, \ldots)$ é uma função **f** cujo domínio é $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \ldots\}$, como sugere a associação seguinte:



Podemos associar essa função **f** à função definida por $y = 500x + 1\,000$ (**função afim** ou **do 1º grau**), restrita aos valores naturais não nulos que a variável **x** assume.

Juros compostos

Para montar a tabela, é preciso lembrar que o montante da dívida em um determinado ano é 50% maior que o montante relativo ao ano anterior (ou 1,5 vez o montante anterior).

Dívida: R$ 1 000,00

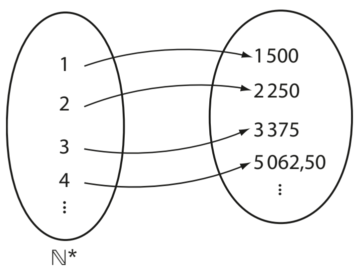
Ano	1	2	3	4	5	6	...
Montante	1 500	2 250	3 375	5 062,50	7 593,75	11 390,62	...

A sequência de montantes (1 500; 2 250; 3 375; 5 062,50; ...) é uma progressão geométrica (P.G.) de razão 1,5 cujo termo geral é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow a_n = 1\,500 \cdot 1{,}5^{n-1} \Rightarrow a_n = 1\,500 \cdot \frac{1{,}5^n}{1{,}5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a_n = \underbrace{1\,000}_{\text{capital}} \cdot 1{,}5^n}$$

Lembremos que toda progressão geométrica (P.G.) é uma função **f** de domínio em $\mathbb{N}^*$. Desse modo, a P.G. $(\underset{a_1}{\underset{\downarrow}{1\,500}};\ \underset{a_2}{\underset{\downarrow}{2\,250}};\ \underset{a_3}{\underset{\downarrow}{3\,375}};\ \underset{a_4}{\underset{\downarrow}{5\,062{,}50}};\ ...)$ é uma função **f** cujo domínio é $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, ...\}$. Veja a associação seguinte:

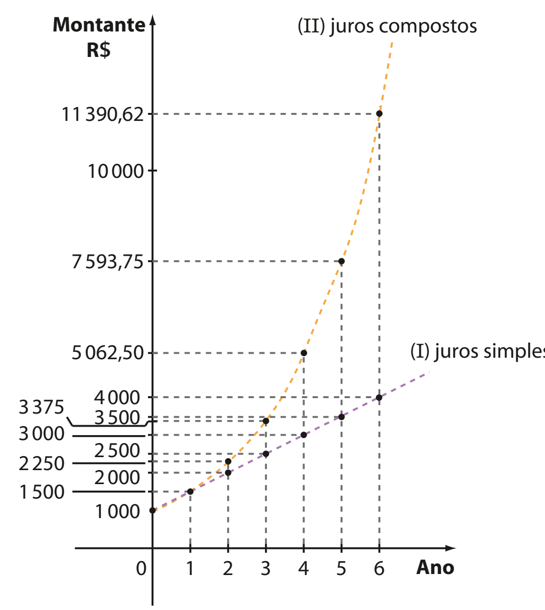


Observe que essa função **f** pode ser associada à função definida por $y = 1\,000 \cdot 1{,}5^x$ (**função exponencial**), restrita aos valores naturais não nulos que **x** assume.

Representando graficamente as duas sequências, obtemos o gráfico ao lado.

Os pontos do gráfico I correspondem aos pontos da reta que representa a função afim dada por $y = 500 \cdot x + 1\,000$, quando a variável **x** assume valores naturais. Observe que, se $x = 0$, então $y = 1\,000$ corresponde ao capital da dívida.

Os pontos do gráfico II correspondem aos pontos da curva exponencial dada por $y = 1\,000 \cdot 1{,}5^x$, quando a variável **x** assume valores naturais. Se $x = 0$, então $y = 1\,000$ é o capital da dívida.



Observe que no caso I não traçamos uma reta e no caso II não traçamos uma curva exponencial contínua, pois, em ambos os casos, temos funções cujo domínio é $\mathbb{N}^*$ (e não $\mathbb{R}$).

Os gráficos I e II intersectam-se em (1, 1 500), isto é, decorrido exatamente um ano da aquisição da dívida, os montantes a juros simples e a juros compostos se equivalem. A partir daí, o gráfico II está sempre acima do gráfico I, mostrando que, para qualquer valor de **x** (ano), $x > 1$, o montante da dívida a juros compostos é maior que o montante da dívida de mesmo capital e taxa de juros, calculado a juros simples.

EXERCÍCIOS

FAÇA NO CADERNO

55 Um capital de R$ 600,00 é aplicado a uma taxa anual de 10% ao ano, por cinco anos.

a) Construa as sequências referentes aos montantes anuais dessa aplicação, considerando o regime de juros simples e o de juros compostos.

b) Associe cada sequência anterior a uma P.A. ou uma P.G., determinando sua razão.

c) Qual é, em reais, a diferença entre os montantes obtidos ao final dos cinco anos, considerando os dois regimes de juros?

56 Carlos solicitou um empréstimo a um amigo. A sequência (a_n), com $n \in \mathbb{N}^*$, cujo termo geral é dado por $a_n = 400 + 20n$, representa o montante desse empréstimo, em reais, após **n** meses ($n = 1, 2, 3, ...$), contados a partir da data em que o empréstimo foi concedido por seu amigo. Determine:

a) o capital do empréstimo;

b) o regime de juros combinado e a taxa mensal de juros;

c) o valor necessário para quitar o empréstimo depois de um ano.

57 A função f: $\mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, definida por $f(x) = 6\,000 \cdot 1{,}2^x$, representa o valor de uma dívida, em reais, **x** anos após a data em que ela foi contraída (x = 0).

a) Qual é o valor original da dívida?

b) A dívida cresce segundo o regime de juros simples ou de juros compostos? Qual é a taxa anual de juros dessa dívida?

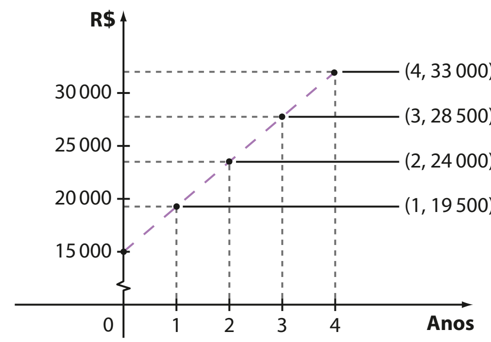
c) Em quatro anos, a dívida já terá dobrado de valor?

58 O gráfico ao lado mostra, ano a ano, o aumento de um capital aplicado em certo regime de juros.

a) O capital cresce segundo o regime de juros simples ou compostos?

b) Qual é a taxa anual de juros utilizada?

c) Qual o montante obtido após 8 anos?



59 O gráfico ao lado mostra a evolução, mês a mês, da dívida no cartão de crédito de um cliente, a partir do mês de janeiro de 2018 (alguns valores foram aproximados nos centavos).

Sabendo que a operadora do cartão de crédito cobra juros mensais cumulativos, a uma taxa percentual fixa por mês, analise cada afirmação seguinte, classificando-a em verdadeira (**V**) ou falsa (**F**), justificando as falsas:

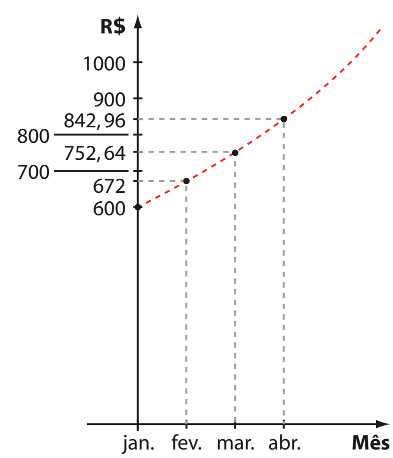
a) A dívida do cliente no mês de maio superava R$ 900,00.

b) Os valores mensais da dívida do cliente formam uma progressão geométrica de razão 0,12.

c) A taxa mensal de juros desse cartão é de 12%.

d) O valor, em reais, dessa dívida, em julho de 2018, era de $600 \cdot 1{,}12^7$.

e) Se o cliente só quitou a dívida em dezembro de 2018 com um único pagamento, ele pagou, considerando todo o período, mais de 240% de juros sobre o valor inicial da dívida.



DESAFIO

Certo investimento financeiro remunera seus cotistas a uma taxa percentual anual fixa, no regime de juros compostos. Roseli aplicou um capital nesse investimento e foi informada de que esse capital geraria um montante de R$ 73 205,00 em 4 anos e R$ 88 578,05 em 6 anos.

a) Qual é a taxa percentual anual de juros do investimento?

b) Qual é o capital aplicado por Roseli?

c) Roseli pretende comprar uma obra de arte que custava, na data da aplicação nesse investimento, R$ 280 000,00, mas que, segundo especialistas do mercado, se desvaloriza à taxa de 12% ao ano.

Qual é o menor número inteiro de anos a partir do qual Roseli poderá adquirir a obra apenas com os recursos provenientes desse investimento?

Considere $\log 2 \simeq 0{,}301$ e $\log 7 \simeq 0{,}845$.

Aplicações

Trabalhando, poupando e planejando o futuro

Um jovem casal sem filhos, cuja renda mensal conjunta é R$ 4800,00, decide organizar uma planilha de custos para equilibrar o orçamento doméstico. A análise dessa planilha nos primeiros meses revelou ao casal que, descontados os custos fixos, como pagamento da prestação do apartamento e de contas de consumo, transporte e alimentação, sobram ainda R$ 600,00.

THINKSTOCK/GETTY IMAGES

O controle das despesas é o primeiro passo para o equilíbrio do orçamento doméstico.

O casal tomou, então, uma importante decisão: reservar R$ 250,00 desse excedente para gastos eventuais e aplicar, mensalmente, a quantia de R$ 350,00 em um fundo de investimento pelos próximos dois anos, a fim de construir uma reserva financeira. Vamos admitir que o rendimento mensal líquido desse fundo seja de 0,7% ao mês nesse período.

Qual será o valor da reserva financeira disponível do casal, imediatamente após o 24º depósito?

Vamos construir uma tabela para acompanhar a evolução dos rendimentos de cada parcela. Note que:

- o 1º depósito renderá juros compostos de 0,7% ao mês por 23 meses;
- o 2º depósito renderá juros compostos de 0,7% ao mês por 22 meses;
- o 3º depósito renderá juros compostos de 0,7% ao mês por 21 meses;

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

- o 23º depósito renderá juros compostos de 0,7% ao mês por 1 mês;
- o 24º depósito não renderá juros.

No corpo da tabela a seguir, você encontrará valores da forma $350 \cdot 1{,}007^n$, com $n \in \{0,1,..., 23\}$, em que **n** é o número de meses de acúmulo de juros. Tais valores foram obtidos a partir da fórmula $M = C \cdot (1 + i)^n$.

Mês	1	2	3	4	...	23	24
1º depósito	350	$350 \cdot 1{,}007$	$350 \cdot 1{,}007^2$	$350 \cdot 1{,}007^3$	...	$350 \cdot 1{,}007^{22}$	$350 \cdot 1{,}007^{23}$
2º depósito	–	350	$350 \cdot 1{,}007$	$350 \cdot 1{,}007^2$	...	$350 \cdot 1{,}007^{21}$	$350 \cdot 1{,}007^{22}$
3º depósito	–	–	350	$350 \cdot 1{,}007$	...	$350 \cdot 1{,}007^{20}$	$350 \cdot 1{,}007^{21}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
23º depósito	–	–	–	–	...	350	$350 \cdot 1{,}007$
24º depósito	–	–	–	–	...	–	350

Para responder à pergunta sobre o valor da reserva financeira do casal, é preciso somar os valores da última coluna da tabela:

$$350 \cdot 1{,}007^{23} + 350 \cdot 1{,}007^{22} + 350 \cdot 1{,}007^{21} + ... + 350 \cdot 1{,}007 + 350$$

Uma opção é obter, com auxílio da calculadora científica, o valor de cada parcela da adição acima e, em seguida, adicionar os resultados encontrados.

Outra opção é notar que a expressão acima representa a soma dos termos de uma P.G. Invertendo a ordem dos termos, podemos reescrevê-la assim:

$$350 + 350 \cdot 1{,}007 + 350 \cdot 1{,}007^2 + ... + 350 \cdot 1{,}007^{22} + 350 \cdot 1{,}007^{23}$$

Temos:

$$a_1 = 350;\ q = 1{,}007;\ n = 24$$

Lembrando que $S_n = \dfrac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$, obtemos:

$$S_{24} = \frac{350 \cdot (1{,}007^{24} - 1)}{1{,}007 - 1} \simeq \frac{350 \cdot 0{,}182244}{0{,}007} = 9\,112{,}25$$

Ao final de dois anos, o casal terá construído uma reserva financeira aproximada de R$ 9 100,00. Essa reserva poderá ser útil em diversos contextos: para quitar, abater ou renegociar a dívida do financiamento da casa própria, ou em uma eventual perda de emprego; além disso essa reserva poderá dar ao casal suporte na chegada do primeiro filho.

Observe ainda que, caso o casal optasse por manter esse padrão de poupança por mais um ano, o montante acumulado seria igual a:

$$\frac{350 \cdot (1{,}007^{36} - 1)}{1{,}007 - 1} \simeq 14\,273, \text{ ou seja, R\$ } 14\,273{,}00$$

Se o compromisso assumido for cumprido, o casal poderá usufruir desse montante, com melhores condições de negociação em uma compra, quitar ou abater uma eventual dívida, além de assegurar maior tranquilidade.